

ТЕОРИЯ ГРАФОВ (ЧАСТЬ 2)

Определение 1. Путем в графе от вершины A до вершины B назовем такую последовательность ребер графа, в которой каждые два соседних ребра имеют общую вершину, и никакое ребро не встречается более одного раза. A — это начало пути, B — его конец.

Определение 2. Циклом в графе называется путь, у которого начало и конец пути совпадают.

Определение 3. Граф называется связным, если для любой вершины найдется путь, связывающий ее с любой другой вершиной этого графа, и несвязным в противном случае. Несвязный граф состоит из нескольких «частей», которые называют компонентами связности.

Определение 4. Граф, у которого каждая вершина соединена одним ребром с любой другой вершиной, называется полным графом.

20.01. Дом имеет 4 стены. В каждой стене по одному окну. Все окна выходят на юг. В окно заглянул медведь. Какого цвета медведь?

20.02. Сколько ребер в полном простом графе а) с пятью вершинами; б) с шестью вершинами; в) с n вершинами?

20.03. В тридевятом царстве лишь один вид транспорта — ковёр-самолёт. Из столицы выходит 21 ковролиния, из города Дальний — одна, а из всех остальных — по 20. Докажите, что из столицы можно долететь в Дальний (возможно с пересадками).

20.04. Стороны треугольника равны 12, 29 и 17 см. Чему равна площадь треугольника?

20.05. Петя нарисовал несколько точек на плоскости так, что никакие три из них не лежат на одной прямой, и соединил каждые две точки отрезком. Мог ли он нарисовать ровно семь отрезков?

20.06. В графе с восемью вершинами степень каждой вершины равна 2. Нарисуйте все такие графы (не забывайте, что графы могут быть несвязными).

20.07. В компании из семи мальчиков каждый имеет среди остальных не менее трёх однофамильцев. Докажите, что все семеро имеют одну и ту же фамилию.

20.08. Наверху скалы высотой в 100 метров находится человек. Ровно посередине скалы (на высоте 50-ти метров) растет дерево. У человека есть веревка длиной 75 метров и нож, которым он может отрезать веревку. Как ему спуститься со скалы?

20.09. Овчка 2, кошка 3, корова 2, лошадь 5, а сколько петух?

20.07. Кузнечик прыгает вперед и назад по прямой большими и маленькими прыжками. Большой прыжок составляет 12 см, малый — 7 см. Как ему попасть из точки в точку, находящуюся на расстоянии 3 см?

20.08. Расставьте по кругу числа 14, 27, 36, 57, 178, 467, 590, 2345 так, чтобы любые два соседних члена имели общую цифру.

20.09. Расположите девять цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 по кругу в таком порядке, чтобы сумма любых двух соседних цифр не делилась ни на 3, ни на 5, ни на 7.

20.10. Предприниматель нанял 8 студентов для работы на 5 станках. Студенты собираются в группы не более трех человек и посещают кафе (при этом они отсутствуют на работе). Стоимость обучения студента для работы на станке составляет 1000 рублей Сколько нужно затратить денег, чтобы станки не простоявали?

20.11. У царя Гвидона было трое сыновей. Среди его потомков 93 имело по два сына и ни одной дочери, а остальные бездетны. Сколько всего потомков было у Гвидона?

20.12. Имеются k ящиков, в некоторых из них лежит еще по k ящиков, в некоторых из последних вновь по k ящиков и т.д. Сколько всего ящиков, если заполненных m ?

20.13. На конкурсе по математике в институте Мимино предлагалось 20 задач. На закрытие пришло 20 школьников. каждый из них решил по две задачи, причем оказалось, что среди пришедших каждую задачу решило два школьника. Докажите, что можно так организовать разбор задач, чтобы каждый школьник рассказал одну из решенных им задач и все задачи были разобраны.