

Второе занятие.

Задача 2.1. Несколько гномов, навьючив свою поклажу на пони, отправились в дальний путь. Их заметили тролли, которые насчитали в караване 40 ног и 17 голов. Сколько было гномов, и сколько пони?

Задача 2.2. Три брата получили в наследство от отца 17 верблюдов. Старшему отец завещал половину стада, среднему — треть, а младшему — девятую часть. Братья пытались поделить наследство и выяснили, что старшему брату придётся взять 8 верблюдов и кусок верблюда, среднему — 5 верблюдов и кусок верблюда, а младшему — верблюда и кусок верблюда. Естественно, разрезать верблюдов не хотелось никому, и братья решили попросить помощи у Мудреца, проезжавшего мимо них на верблюде. Мудрец спешился и присоединил своего верблюда к стаду братьев. От нового стада из 18-ти верблюдов Мудрец отделил половину — 9 верблюдов для старшего брата, затем треть — 6 верблюдов для среднего брата, и, наконец, девятую часть — 2-х верблюдов для младшего брата. После успешной делёжки Мудрец сел на своего верблюда и продолжил путь. А братья стали думать, почему же каждый из них получил больше верблюдов, чем полагалось. Можете ли вы объяснить, что же произошло?

Задача 2.3. Средний возраст одиннадцати игроков футбольной команды - 22 года. Во время матча один из игроков получил красную карточку и был вынужден покинуть поле. Средний возраст оставшихся на поле игроков стал равен 21 году. Сколько лет игроку, получившему карточку?

Задача 2.4. Робот Mot-2010 умеет выполнять только одну вычислительную операцию: $x \odot y = 1 - \frac{x}{y}$. Как ему с её помощью получить из x и y следующие величины: а) 1; б) $\frac{x}{y}$; в) $x \cdot y$; г) $x + y$; д) $x - y$?

Задача 2.5. Что больше: $1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 20$ или $1 + 2 + \dots + 1000000$?

Задача 2.6. Довольно просто разрезать квадрат на два равных треугольника или два равных четырёхугольника. А как разрезать квадрат на два равных пятиугольника или два равных шестиугольника?

Дополнительные задачи (Октябрь 2010)

Задача 1. Вычислите суммы: а) $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1)$; б) $1 + 4 + 7 + \dots + (3n + 1)$.

Задача 2. Разрежьте квадрат на 3 части, из которых можно сложить треугольник с 3 острыми углами и тремя различными сторонами.

Задача 3. Найдите минимальное N такое, что числа от 1 до N можно выписать в ряд так, чтобы разность любых двух соседних была не меньше 50.

Задача 4. Али-Баба пришел в пещеру, где есть золото, алмазы и сундук, в котором их можно унести. Полный сундук золота весит 200 кг, полный сундук алмазов — 40 кг, пустой сундук ничего не весит. Килограмм золота стоит на базаре 20 динаров, килограмм алмазов — 60 динаров. Али-Баба может поднять и унести не более 100 кг. Какое наибольшее количество денег он может получить за сокровища, которые он принесет из пещеры за один раз?

Задача 5. Поезд Москва - Нью-Йорк имеет сплошную нумерацию мест в вагонах (начинается она с 1). Во всех вагонах одно и то же число мест. Известно, что места 2014 и 2045 находятся в одном и том же вагоне, а места 2508 и 2542 в разных, причем не соседних вагонах. Сколько мест в одном вагоне?

Задача 6. На крайней правой клетке доски 1×20 стоит фишка. Два игрока по-очереди двигают эту фишку (вправо или влево) на любое число клеток, которое еще не встречалось при выполнении предыдущих ходов. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто из играющих (начинающий или его противник) может обеспечить себе победу, и как ему следует играть?

Задача 7. Назовем натуральное число "замечательным" если оно самое маленькое среди натуральных чисел с такой же, как у него, суммой цифр. Чему равна сумма цифр две тысячи первого замечательного числа?