

Четвертое занятие.

Задача 4.1. Расставьте скобки в левой части равенства $1:2:3:4:5:6:7:8:9:10=7$ так, чтобы оно стало верным.

Задача 4.2. Квадрат 5×5 покрывают полосками 1×2 так, что каждая клетка полоски покрывает клетку квадрата. Можно ли положить несколько полосок так, чтобы каждая клетка квадрата была накрыта ровно 5 раз?

Задача 4.3. Четыре кота — Васька, Пушок, Базилио и Леопольд — охотились на мышей. Пушок с Леопольдом поймали вместе мышей столько же, сколько Базилио с Васькой. Васька поймал мышей больше, чем Базилио, но Васька с Леопольдом поймали мышей меньше, чем Пушок с Базилио. Сколько мышей поймал каждый кот, если Пушок поймал три мыши?

Задача 4.4. На монетном заводе 100 рабочих. Каждому выдано по килограмму золота для изготовления 100 десятиграммовых монет. Среди рабочих есть один рационализатор, который делает монеты весом 9 граммов. Можно ли при помощи одного взвешивания на весах с делениями найти обманщика?

Задача 4.5. В круге вырезали круглую дырку. Разрежьте эту фигуру (круг с дыркой) на две части и переложите их так, чтобы дырка оказалась в центре круга.

Задача 4.6. Четыре натуральных числа таковы, что произведение любых трех из них является квадратом целого числа. Докажите, что каждое из четырех чисел является квадратом целого числа.

Дополнительные задачи (Октябрь 2010)

Задача 9. Числа от 1 до 10 разбили на две группы по 5 чисел в каждой так, что произведение чисел в одной из групп делится на произведение чисел в другой группе. Какое наименьшее значение может быть у частного?

Задача 10. Я задумал целое число от 1 до 3. Вы можете задать мне один вопрос, на который я честно должен ответить «да», «нет» или «не знаю», после чего Вы должны наверняка отгадать задуманное число. Придумайте такой вопрос.

Задача 11. Числа от 1 до 100 выписаны по порядку в вершинах стоугольника. Разрешается менять местами два соседних числа, если они имеют разную четность. После нескольких таких операций оказалось, что у каждого числа тот же левый сосед, что и в самом начале, и тот же правый сосед, что и в самом начале (мы двигаемся по часовой стрелке). Докажите, что либо все числа стоят на тех же местах, что и сначала, либо каждое число сдвинулось ровно на 50 вершин.

Задача 12. Два миллионера играют в следующую игру. На столе вначале игры лежит 1000 кучек спичек по одной спичке в каждой. Игрок может за один ход сложить любые две кучки спичек вместе, при этом противник дает ему столько рублей, сколько было спичек в большей кучке. Выигрывает тот, кто в конце игры (когда все кучки сольются в одну) получит прибыль. Кто выигрывает при правильной игре и какой наибольший выигрыш он может себе обеспечить?

Задача 13. На складе стояли бочонки с медом весов 1000, 1001, ..., 2004 грамма, причем на каждом бочонке был написан его вес. На склад залетели несколько шмелей и утонули в бочонках (в одном бочонке могло утонуть несколько шмелей). Известно, что каждый шмель весит ровно 1 г. У кладовщика есть двухчашечные весы без гирь, которые показывают, на какой из чашек лежит больший вес. Как ему при помощи нескольких взвешиваний на этих весах найти какой-нибудь бочонок, в котором утонул хотя бы один шмель?