Математический кружок МЦНМО, 7 класс. 06.11.2010.

Шестое занятие.

Задача 6.1. Есть шоколадка размером 6×8 плиток. Играют двое. За один ход игрок разламывает один из имеющихся кусочков вдоль углубления. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выиграет при правильной игре и как он должен играть?

Задача 6.2. В круговом турнире участвуют 10 команд. Для победы в турнире нужно набрать строго больше очков, чем все остальные команды. Через какое минимальное количество туров может выявиться победитель?

Задача 6.3. Нарисуйте на плоскости несколько точек, более половины из них покрасьте и соедините некоторые из них непересекающимися отрезками так, что из каждой точки выходило не менее 3 отрезков, но никакие две окрашенные точки не были соединены отрезком.

Задача 6.4. В ряд выложены 28 монет. Известно, что среди них есть 2 фальшивые монеты, они тяжелее настоящих. Можно ли за 3 взвешивания на чашечных весах без гирь найти все фальшивые монеты, если известно, что они лежат рядом друг с другом?

Задача 6.5. Фрекен Бок на клетчатой бумаге с размерами клетки 1×1 по линиям сетки рисует прямоугольник, содержащий не менее 3 клеток. Малыш и Карлсон по очереди заполняют клетки нарисованного прямоугольника крестиками и ноликами, причем начинает Малыш и ставит крестики. Карлсон ставит нолики. Выигрывает тот, кто поставит 3 своих знака подряд на одной вертикали или на одной горизонтали. Прямоугольник какого наименьшего периметра должна начертить Фрекен Бок, чтобы Малыш мог наверняка выиграть при правильной игре.

Задача 6.6. Гирьки массой 1г, 2г,...,100г по 100 штук как попало разложили на две чашки весов. Разрешено с каждой гирьки 50 гирек переместить на другую. Можно ли за счет этого обмена получить равновесие?

Задача 6.7. Квадратное поле 2005-ью вертикальными и 2005-ью горизонтальными разрезами разделили на прямоугольные участки, на каждом из которых поселился рыцарь или лжец. Как обычно, рыцари всегда говорят правду, а лжецы - лгут. Каждый владелец заявил, что площадь его участка больше площадей соседних по стороне участков. Какое наибольшее количество владельцев могли быть рыцарями?

Задача 6.8. У Артема по русскому языку в журнале стоят только двойки и тройки. Добрая фея просматривает оценки слева направо и, если находит тройку и двойку (или двойку и тройку), идущие подряд, тут же превращает их в пятерку. Докажите, что если бы фея просматривала оценки справа налево, то пятерок у Пети получилось столько же.

Дополнительные задачи (Ноябрь 2010)

Задача 1. В кучке лежат 2003 ореха. Можно разбивать любую кучку на две части, но если разбиваешь на две неравные части, нужно заплатить рубль. Какую наименьшую сумму придется потратить, чтобы получить 2003 кучки по одному ореху?

Задача 2. Во всех клетках шахматной доски кроме клеток диагонали a1-h8 расставлено по одной шашке. Петя и Коля играют, делая ходы по очереди. Петя каждым своим ходом снимает с доски не более 14 любых шашек, а Коля выбирает любую клетку диагонали a1-h8 и ставит шашки во все пустые клетки, находящиеся с ней на одной горизонтали или вертикали (но на диагональ шашку не ставит). Может ли Петя добиться того, что после его очередного хода на доске осталось не более трех шашек?

Задача 3. На конгресс собрались учёные, среди которых есть друзья. Оказалось, что любые два из них, имеющие на конгрессе равное число друзей, не имеют общих друзей. Докажите, что найдётся учёный, который имеет ровно одного друга из числа участников конгресса.