

Восьмое занятие.

Задача 8.1. Маша любит домашних животных, все ее животные, кроме двух, - собаки, все, кроме двух, - кошки, и все кроме двух, - попугаи, а остальные тараканы. Сколько каких животных у Маши?

Задача 8.2. Известно, что медные монеты в 1, 2, 3 и 5 коп. весят соответственно 1, 2, 3 и 5 г. Известно, что среди этих монет есть одна бракованная - она отличается от нормальной по весу. Сколько взвешиваний потребуется, чтобы найти эту монету.

Задача 8.3. Существуют ли целые числа x, y, z , удовлетворяющие уравнению $28x + 30y + 31z = 365$.

Задача 8.4. Плоскость раскрашена в два цвета. Докажите, что найдутся две точки на расстоянии 1, покрашенные в один цвет.

Задача 8.5. а) Придумайте пять натуральных чисел, произведение любых двух из которых делится на сумму всех пяти чисел. б) Можно ли придумать 100 чисел с аналогичным свойством?

Задача 8.6. У Оли и Ани есть две кучи камней, по 11 в каждой. За ход надо взять один камень из любой кучи или по одному камню из каждой кучи. Ходят по очереди, начинает Оля. Проигрывает тот, кому нечего брать. Кто может обеспечить себе победу?

Задача 8.7. N воров хотят поделить добычу. Каждый уверен, что он поделит бы добычу на равные части, но остальные ему не верят. Как действовать вору, чтобы после раздела каждый был уверен, что у него не менее $1/N$ части добычи, если а) $N = 2$, б) $N = 3$, в) N -любое.

Задача 8.8. Длина линейки равна 13 см. Какое наименьшее число делений необходимо поставить, чтобы можно было за одно прикладывание линейки отмерить любой из отрезков 1, 2, ..., 12 см.

Дополнительные задачи (Ноябрь 2010)

Задача 1. В кучке лежат 2003 ореха. Можно разбивать любую кучку на две части, но если разбиваешь на две неравные части, нужно заплатить рубль. Какую наименьшую сумму придется потратить, чтобы получить 2003 кучки по одному ореху?

Задача 2. Во всех клетках шахматной доски кроме клеток диагонали $a1-h8$ расставлено по одной пешке. Петя и Коля играют, делая ходы по очереди. Петя каждым своим ходом снимает с доски не более 14 любых пешек, а Коля выбирает любую клетку диагонали $a1-h8$ и ставит пешки во все пустые клетки, находящиеся с ней на одной горизонтали или вертикали (но на диагональ пешку не ставит). Может ли Петя добиться того, что после его очередного хода на доске осталось не более трех пешек?

Задача 3. На конгресс собрались учёные, среди которых есть друзья. Оказалось, что любые два из них, имеющие на конгрессе равное число друзей, не имеют общих друзей. Докажите, что найдётся учёный, который имеет ровно одного друга из числа участников конгресса.