

## Десятое занятие.

**Задача 10.1.** Выпишем цифры от 0 до 9 подряд: 0, 1, 2, 3, ..., 9 и рассмотрим последовательность сумм двух соседних цифр: 1, 3, 5, 7, ..., 17. В этой последовательности числа увеличиваются на 2. Расположите цифры от 0 до 9 таким образом, чтобы в образовавшейся последовательности сумм соседние числа увеличивались на 1.

**Задача 10.2.** На шхуне капитана Врунгеля был четырехзначный номер, который являлся квадратом целого числа. Во время шторма смыло первую цифру, и номер стал кубом целого числа. А во время следующего шторма смыло следующую цифру, и номер стал четвертой степенью целого числа. Какой номер был у шхуны изначально?

**Задача 10.3.** Имеется три одинаковых детских кубика и линейка. Как без всяких вычислений измерить большую диагональ куба?

**Задача 10.4.** В какое наименьшее количество цветов надо раскрасить доску  $100 \times 100$ , чтобы никакие две соседние клетки (по горизонтали, вертикали или диагонали) не были окрашены в одинаковый цвет?

---

**Задача 10.5.** Некоторое простое число возвели в четвертую степень и получили десятизначное число. Могут ли все цифры полученного числа быть различными?

**Задача 10.6.** Имеется много прямоугольников  $2 \times 1$ : обычных и с проведенной диагональю. Надо выбрать 18 прямоугольников и сложить из них квадрат  $6 \times 6$  так, чтобы концы диагоналей нигде не совпали. Каким наименьшим количеством обычных прямоугольников (без диагонали) можно обойтись?

**Задача 10.7.** Внутри треугольника взяты  $n$  различных точек. Они соединяются между собой и с вершинами треугольника (до тех пор, пока это возможно) отрезками так, что отрезки не имеют общих внутренних точек и ни одна из выбранных точек не лежит внутри отрезка. Докажите, что число отрезков зависит только от количества точек и не зависит ни от их расположения, ни от того, как их соединяют. Найдите это число.

**Задача 10.8.** Докажите, что а) квадрат можно разрезать на 6 меньших квадратов (не обязательно равных); б) квадрат можно разрезать на 4 квадрата и любое число квадратов, большее 5; в) квадрат нельзя разрезать меньше, чем на 4 квадрата; г) на 5 квадратов разрезать тоже нельзя.

---

## Дополнительные задачи (Декабрь 2010)

**Задача 1.** На доске написаны 3 четырехзначных натуральных числа. Если заменить в их записи все двойки на тройки, то сумма полученных чисел будет равна 10985. А если заменить все четверки на семерки, то сумма будет равна 11667. Чему равна сумма самих написанных чисел?

**Задача 2.** На концерт пришли 125 человек, причем каждый был знаком ровно с 10 другими. В перерыве некоторые слушатели ушли. Оказалось, что все оставшиеся по-прежнему имеют в зале одинаковое количество знакомых. Докажите, что среди ушедших были знакомые друг с другом.

**Задача 3.** Есть таблица  $8 \times 8$  и карточки с числами от 1 до 64. Двое игроков по очереди кладут по одной карточке на свободные клетки таблицы. Когда все карточки разложены, игроки отмечают в каждом столбце наименьшее число и находят сумму всех отмеченных чисел. Если эта сумма четна - выигрывает первый игрок, а если нечетна - второй. Кто выиграет при правильной игре?