Математический кружок МЦНМО, 7 класс. 22.01.2011.

Пятнадцатое занятие.

Задача 15.1. В классе учатся 25 человек. Сколькими способами можно выбрать из них а) дежурного и старосту; б) двух дежурных; в) трёх дежурных?

Задача 15.2. Двое часов начали бить одновременно. Первые бьют через каждые 2 с, вторые - через каждые 3 с. Одновременные удары сливаются и воспринимаются как один. Сколько времени пройдёт между первым и тринадцатым ударами? (Всё это время бьют и те и другие часы).

Задача 15.3. Имеется три компьютера. Если одному из них на вход дать числа (m, n), то он выдаст числа (n, m), если другому – выдаст (n + m, n), третьему – выдаст (m - n, n). Можно ли таким образом из (42, 21) получить (19, 84)?

Задача 15.4. По углам квадратного бассейна стоят 4 столба. Можно ли расширить его, чтобы столбы остались на суше, площадь бассейна увеличилась в 2 раза, а форма осталась квадратной?

Задача 15.5. На поле Чудес растут деревья с золотыми монетами. Каждую ночь на каждом дереве вырастает по одной новой монете. 1 марта на деревьях было всего 1000 монет. В один из дней марта Буратино посадил еще одно дерево, и 31 марта на деревьях оказалось всего 2000 монет. В какой день Буратино посадил дерево?

Задача 15.6. Сложите из 6 спичек 4 треугольника.

Задача 15.7. На клетчатой бумаге отмечено 5 любых вершин клеток. Докажите, что середина одного из отрезков, соединяющих какие-то две из этих точек, также будет вершиной клетки.

Задача 15.8. Коля, Вася и Петя играют в настольный теннис. В каждой партии играют двое. Тот, кто не принимает участия в данной партии, в следующей игре играет с победителем (ничьих в теннисе не бывает). В результате Вася сыграл 10 партий, а Петя - 21. Сколько партий сыграл Митя?

Дополнительные задачи (Январь 2011)

Задача 1. На плоскости даны два непересекающихся круга. Существует ли вне кругов такая точка A, что любая прямая, проходящая через точку A, обязательно пересекает хотя бы один из данных кругов?

Задача 2. Лежат k пятаков, касаясь друг друга. Ещё один пятак прокатывается по их внешней стороне, касаясь их по очереди. Сколько оборотов он сделает, вернувшись в исходное положение, если а) k = 1; б) k = 2; в) k = 3?

Задача 3. Три одинаковые банки с тремя разными красками наполнены на две трети каждая. Есть возможность переливать любую часть жидкости из одной банки в другую (краски, оказавшиеся в одной банке, равномерно перемешиваются). Как сделать во всех банках одинаковую смесь? (Другой посуды нет, выливать краску нельзя.)

Задача 4. Можно ли накрыть равносторонний треугольник двумя меньшими равносторонними треугольника- ми?