

## Двадцать второе занятие.

**Задача 22.1.** На столе стоят 58 стаканов. Из них 57 стоят правильно, а один перевернут доньшком вверх. Разрешается одновременно переворачивать любые четыре стакана. Можно ли, повторяя эту операцию, поставить все стаканы правильно?

**Задача 22.2.** Можно ли испечь такой торт, который может быть разделён одним прямолинейным разрезом на 4 части?

**Задача 22.3.** Вдоль прямой дороги стоят шесть домов. В какой точке дороги надо вырыть колодец, чтобы сумма расстояний от него до всех домов была наименьшей?

**Задача 22.4.** Жук ползёт по рёбрам а) тетраэдра, б) куба, в) октаэдра. Сможет ли он последовательно обойти все рёбра, проходя по каждому ребру ровно один раз?

---

**Задача 22.5.** Петя загадал три натуральных числа  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Петя может назвать любые три числа  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и спросить, чему равна сумма  $ax + by + cz$ . Какое наименьшее количество вопросов необходимо Васе, чтобы узнать задуманные Петей числа?

**Задача 22.6.** Дан а) произвольный треугольник; б) произвольный выпуклый четырёхугольник. Всегда ли можно замостить плоскость (без наложений и пробелов) плитками такой формы?

**Задача 22.7.** Верно ли, что среди любых а) пяти, б) шести человек найдутся либо трое попарно знакомых, либо трое попарно незнакомых?

**Задача 22.8.** В стране из каждого города выходит чётное число дорог и от любого города можно добраться до любого другого. Одну дорогу закрыли на ремонт. Докажите, что и теперь от любого города можно добраться до любого другого.

---

## Дополнительные задачи (Март 2011)

**Задача 1.** В колоде часть карт лежит „рубашкой вниз”. Время от времени Вася вынимает из колоды пачку из одной или нескольких подряд идущих карт, в которой верхняя и нижняя карты лежат „рубашкой вниз”, переворачивает всю пачку как одно целое и вставляет её в то же место колоды. Докажите, что в конце концов все карты лягут „рубашкой вверх”, как бы ни действовал Вася.

**Задача 2.** Вася задумал натуральное число  $n$ , выписал все его натуральные делители, кроме самого числа  $n$ , и сложил два наибольших из них. Получилось число 193. Какое число задумал Вася? (Приведите все возможные ответы и докажите, что других нет.)