Чётность

3.1. Одиннадцать шестерёнок зацеплены по кругу: первая со второй, вторая — с третьей, и т.д., десятая — с одиннадцатой, одиннадцатая — с первой. Могут ли они вращаться?

3.2. На столе стоят шесть стаканов. Из них пять стаканов стоят правильно, а один перевёрнут донышком вверх. За раз можно взять двумя руками любые два стакана и перевернуть их. Можно ли добиться того, чтобы все стаканы стояли правильно?

3.3. В ряд выписаны числа от 1 до 57. Можно ли расставить между ними знаки «+» и «−» так, чтобы значение полученного выражения было равно нулю?

3.4. На шахматной доске 8 ладей расставлены таким образом, что они не бьют друг друга. Докажите, что число ладей, стоящих на чёрных полях, чётно.

3.5. На Турнире им. М. В. Ломоносова были конкурсы по математике, физике, химии, биологии и поеданию венских сосисок. Когда турнир закончился, выяснилось, что на каждом конкурсе побывало нечётное количество школьников и каждый школьник участвовал в нечётном количестве конкурсов. Чётное или нечётное число школьников пришло на турнир?

3.6. Даны n чисел $x_1, x_2, \ldots, x_n$, каждое из которых равно либо 1, либо -1. Докажите, что если $x_1x_2 + x_2x_3 + \ldots + x_nx_1 = 0$, то n делится на 4.

3.7. Замок имеет форму равностороннего треугольника со стороной 100 метров. Он разделён на 100 треугольных залов; длина каждой стены в любом зале составляет 10 метров. В середине каждой стены между залами сделана дверь. Барон Мюнхгаузен не желает дважды за день бывать в одном и том же зале. Какое максимальное число залов он сможет посетить за один день?