

Графы и лабрадоры

7.1. а) На прогулке 5 лабрадоров встретились с 7 лабрадоршами. Сколько знакомств произошло между лабрадорами и лабрадоршами, если известно, что лабрадор знакомится со всеми лабрадоршами, которых видит, а другие лабрадоры его не интересуют?

б) На следующий день все 12 лабрадоров и лабрадорш пошли гулять вместе со своими хозяевами. Каждый из хозяев пожал руки пяти другим. Сколько всего произошло рукопожатий?

в) Вечером некоторые из хозяев снова собрались вместе, но на этот раз каждый из них поздоровался с каждым. Лабрадоры при этом насчитали 55 рукопожатий. Сколько человек собралось вместе?

7.2. Лабрадору приснилось, что он обошёл 57 аллей одного парка, пройдя по каждой аллее ровно два раза, но не смог обойти их, пройдя по каждой лишь раз. Может ли такой парк существовать на самом деле?

7.3. На родине лабрадоров 100 городов, соединённых дорогами. Учёные установили, что из каждого города можно проехать в каждый, причём ровно одним способом. Сколько всего дорог в этой стране?

7.4. На планете, имеющей форму куба, живёт одинокий лабрадор. С целью поразвлечься он решил обойти свои владения а) по граням, б) по рёбрам, побывав на каждой(м) из них ровно один раз. Удастся ли это ему?

7.5. В Клубе Любителей Лабрадоров у каждого двух людей есть ровно 5 общих знакомых. Докажите, что количество пар знакомых делится на 3.

7.6. На плоскости даны 2010 точек (никакие три из которых не лежат на одной прямой). Каждая две точки соединены отрезком. Лабрадорша с лабрадором играют в следующую игру. Лабрадорша помечает каждый отрезок одной из цифр, а затем лабрадор помечает каждую точку одной из цифр. Лабрадорша выигрывает, если найдутся две точки, помеченные той же цифрой, что и соединяющий их отрезок, и проигрывает в противном случае. Доказать, что при правильной игре лабрадорша выигрывает.