

## ИНВАРИАНТЫ

*Инвариантом* называют нечто, что не меняется.

**Задача 1.** На доске написаны числа от 1 до 20. Каждую минуту какую-то пару чисел  $a$  и  $b$  заменяют на а)  $a + b$   
б)  $ab$  в)  $ab + a + b$ . Какое в итоге останется число?

**Задача 2.** В одной клетке квадрата  $4 \times 4$  стоит минус, а в остальных — плюсы. За раз можно поменять в любом столбце или в любой строке все знаки на противоположные. Почему никогда не получится таблица из одних плюсов?

**Задача 3.** Из чашки с кофе в плошку с молоком перелили ложку кофе, а затем такую же ложку смеси перелили обратно. Чего больше: молока в чашке кофе или кофе в плошке молока?

**Задача 4.** По кругу стоят 44 столба, на каждом сидит чиж. Если какой-то чиж перелетает через несколько столбов на другой столб, то всегда какой-то другой чиж перелетает на столько же столбов в противоположном направлении. Могут ли все чижи собраться на одном столбе?

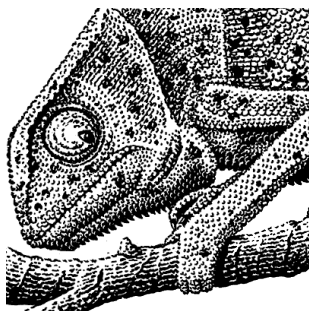
**Задача 5.** Гусеница хочет проползти по стенам из одного угла кубической комнаты в противоположный, наиболее удаленный. Как выглядит кратчайший возможный путь?



### ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ

**Задача 6.** У нескольких крестьян есть 128 овец. Если у крестьянина оказывается не менее половины всех овец, остальные сговариваются и раскулачивают его: каждый берет себе столько овец, сколько у него уже есть. Если у двоих по 64 овцы, то раскулачивают кого-то одного из них. Произошло 7 раскулачиваний. Докажите, что все овцы собрались у одного крестьянина.

**Задача 7.** На острове живут хамелеоны трех цветов: 13 серых, 15 бурых и 17 малиновых. При встрече два хамелеона разных цветов окрашиваются в третий цвет; при встрече хамелеонов одного цвета ничего не происходит. Могут ли все хамелеоны стать одного цвета?



**Задача 8.** В центре каждой клетки шахматной доски стояла фишка. Потом фишки переставили, причем попарные расстояния между фишками не уменьшились. Докажите, что попарные расстояния не изменились.