

## ОСТАТКИ

**Задача 1.** Каждый из шпионов следит ровно за одним другим. Докажите, что найдутся несколько шпионов, которые следят друг за другом «по кругу».

**Задача 2.** Василий каждое число от 0 до 9 умножает на 7 и от произведения оставляет последнюю цифру.

а) Сможет ли он, проделав эту операцию несколько раз, из четверки получить девятку? б) Покажите, какие цифры из каких он может получить. в) Тот же вопрос для умножения на 4.

**Задача 3.** Найдите, какой цифрой оканчивается а)  $7^7$ , б)  $7^{691}$ .

**Задача 4.** Докажите, что  $4^{2013} + 1$  делится на 5.

**Задача 5.** а) Правильный десятиугольник вращается вокруг своего центра с постоянной скоростью, совершая полный оборот за две минуты. В какие моменты времени его положение совпадает с изначальным? б) Тот же вопрос для двенадцатиугольника.

**Задача 6.** Правда ли, что среди любых тринадцати натуральных чисел найдутся два, разность которых делится на двенадцать?

**Задача 7.** а) Найдите остаток от деления  $8, 8^2, 8^3$  на 7. б) Найдите остаток от деления  $22^{55} + 55^{22}$  на 7.

## ОСТАТКИ

**Задача 1.** Каждый из шпионов следит ровно за одним другим. Докажите, что найдутся несколько шпионов, которые следят друг за другом «по кругу».

**Задача 2.** Василий каждое число от 0 до 9 умножает на 7 и от произведения оставляет последнюю цифру.

а) Сможет ли он, проделав эту операцию несколько раз, из четверки получить девятку? б) Покажите, какие цифры из каких он может получить. в) Тот же вопрос для умножения на 4.

**Задача 3.** Найдите, какой цифрой оканчивается а)  $7^7$ , б)  $7^{691}$ .

**Задача 4.** Докажите, что  $4^{2013} + 1$  делится на 5.

**Задача 5.** а) Правильный десятиугольник вращается вокруг своего центра с постоянной скоростью, совершая полный оборот за две минуты. В какие моменты времени его положение совпадает с изначальным? б) Тот же вопрос для двенадцатиугольника.

**Задача 6.** Правда ли, что среди любых тринадцати натуральных чисел найдутся два, разность которых делится на двенадцать?

**Задача 7.** а) Найдите остаток от деления  $8, 8^2, 8^3$  на 7. б) Найдите остаток от деления  $22^{55} + 55^{22}$  на 7.