**Задача 1.** Несколько прямых делят плоскость на части. Докажите, что эти части можно раскрасить в 2 цвета так, что граничащие части будут иметь разный цвет.

**Задача 2.** **(a)** Придумайте формулу количества клеток $n$-угла и докажите ее по индукции ($n$-угол - это фигура, состоящая из одной клетки плюс $n-1$ клеток вниз и вправо от нее).

**(b)** Докажите тождество: $1+3+5+\ldots+(2n-1)=n^2$

**Задача 3.** В таблице $3\times n$ (3 строки, n столбцов) стоят фишки трех цветов, по n штук каждого цвета. Докажите, что можно переставить фишки внутри каждой строки так, чтобы в любом столбце были фишки всех цветов.

**Задача 4.** Докажите тождество: $1\cdot 1!+2\cdot 2!+\ldots+n\cdot n!=(n+1)!-1$

**Задача 5.** На кольцевой автомобильной дороге стоят $N$ одинаковых автомашин. Если бы весь бензин, имеющийся в этих автомашинах, слили в одну, то эта машина смогла бы проехать по всей кольцевой дороге и вернуться на прежнее место. Докажите, что хотя бы одна из этих машин может объехать всё кольцо, забирая по пути бензин у остальных машин.

**Задача 6.** Докажите для любого натурального $n$ неравенство:

$$1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\ldots+\frac{1}{n^2}\leqslant 2-\frac{1}{n}$$

**Задача 7.** Докажите, что любое натуральное число можно представить как сумму нескольких различных степеней двойки (возможно, включая и нулевую).