

Инварианты

Задача 1. На доске написаны числа от 1 до 100. Каждую минуту какую-то пару чисел заменяют на (а) наибольшее; (б) их сумму. Какое число останется в результате на доске?

Задача 2. На доске написаны числа от 1 до 10. Каждую минуту какую-то пару чисел a и b заменяют на (а) $a + b - 1$; (б) ab . Какое число останется в результате на доске?

Задача 3. В одной клетке квадрата 4×4 стоит минус, во всех остальных - плюсы. За раз можно поменять в любом столбце или любой строке все знаки на противоположные. Верно ли, что может получиться квадрат со всеми плюсами?

Задача 4. На столе лежат две кучки камней: в первой кучке 10 камней, а во второй - 15. За ход разрешается разделить любую кучку на две меньшие. Проигрывает тот, кто не сможет сделать ход. Может ли выиграть второй игрок?

Задача 5. На столе рубашкой вниз лежит игральная карта. Можно ли, перекатывая ее по столу через ребро, добиться того, чтобы она оказалась на прежнем месте, но (а) рубашкой вверх; (б) рубашкой вниз и вверх ногами?

Задача 6. В алфавите языка племени УЫУ всего две буквы: У и Ы. Два слова этого языка являются синонимами, если одно из другого можно получить, добавляя или вычеркивая «ЫУ» или «УУЫЫ». Являются ли синонимами слова УЫЫ и ЫУУ?

Задача 7. Из чашки с кофе в кружку с молоком перелили ложку кофе, а затем такую же ложку смеси перелили обратно. Чего больше: молока в чашке с кофе или кофе в плошке?

