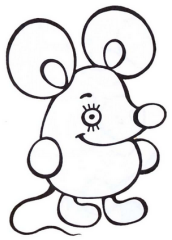
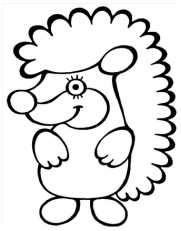
Раскраски

Задача 1. Сколькими цветами получится раскрасить картинку так, что никакие два граничащие кусочка не раскрашены в один цвет?



(a)



(b)

(c)

Задача 2. Из шахматной доски вырезали две противоположные угловые клетки. Докажите, что оставшуюся фигуру нельзя разрезать на «домино» из двух клеток.

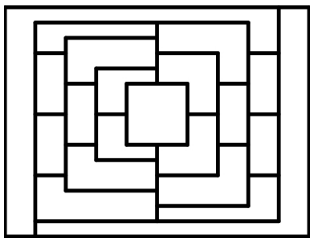
Задача 3. Можно ли все клетки доски 9×9 обойти конем по одному разу и вернуться в исходную точку?

Задача 4. Какое минимальное количество выстрелов нужно сделать в игре «морской бой», чтобы наверняка ранить четырехпалубный корабль? $(*)$ А потопить?

Задача 5. Можно ли замостить доску 10×10 прямоугольниками 4×1?

Задача 6. Клетки доски 8×8 раскрашены в 4 цвета, при этом в любом квадратике 2×2 встречаются все 4 цвета. Докажите, что угловые клетки раскрашены в различные цвета.

Задача 7. Раскрасьте рисунок в 4 цвета так, что никакие два граничащие кусочка не раскрашены в один цвет.



Задача 8. Раскрасте плоскость в 7 цветов так, чтобы любые две точки, расстояние между которыми равно 1 м, оказались раскрашенными в разные цвета.

Дополнительные задачи

Задача 1. Узлы бесконечной клетчатой бумаги раскрашены в два цвета. Докажите, что существуют две горизонтальные и две вертикальные прямые, на пересечении которых лежат точки одного цвета.

Задача 2. Узлы бесконечной клетчатой бумаги раскрашены в три цвета. Докажите, что существует равнобедренный прямоугольный треугольник с вершинами одного цвета.