

Принцип крайнего



Задача 1. Зайчиха купила для своих семерых зайчат семь барабанов разных размеров и семь пар палочек разной длины. Если зайчонок видит, что у него и барабан больше, и палочки длиннее, чем у кого-то из братьев, он начинает громко барабанить. Какое наибольшее число зайчат сможет начать барабанить?

Задача 2. На окружности расположено несколько чисел, причем каждое равно среднему арифметическому соседних с ним чисел. Докажите, что все числа равны.

Задача 3. Докажите, что числа от 1 до 16 можно записать в строку, но нельзя записать по кругу так, чтобы сумма любых двух соседних чисел была квадратом натурального числа.

Задача 4. Можно ли на плоскости расположить 999 отрезков так, чтобы каждый отрезок обоими концами упирался строго внутрь других отрезков?

Задача 5. Каждый из 450 депутатов парламента дал пощечину ровно одному своему коллеге. Докажите, что можно избрать парламентскую комиссию из 150 человек, среди членов которой никто никого не бил.

Задача 6. На прямой дано 50 отрезков. Докажите, что либо некоторые 8 отрезков имеют общую точку, либо найдутся 8 отрезков, никакие два из которых не имеют общей точки.

Задача 7. На каждой из 15 планет, расстояния между которыми попарно различны, находится по астроному, который наблюдает ближайшую к нему планету. Докажите, что какую-то планету никто не наблюдает.

Задача 8. Доказать, что в бесконечной последовательности попарно различных натуральных чисел, больших единицы, найдётся бесконечное количество чисел, которые больше своего номера в этой последовательности.