

# ОСНОВЫ ТОПОЛОГИИ (КОМБИНАТОРНАЯ ТОПОЛОГИЯ)

## Примерная ПРОГРАММА

1. Наглядные задачи (семинар). Двумерные симплициальные комплексы. Примеры. Кусочно-линейная гомеоморфность. Двумерные многообразия.
2. Графы на поверхностях. Раскраска карт на поверхностях (семинар). Утолщения графов. Планарность и род графов и их утолщений. Алгоритмы распознавания рода графа.
3. Топологическая эквивалентность дисков с ленточками. Классификация двумерных многообразий.
4. Ориентируемость двумерных многообразий: гомологии и первый класс Штифеля-Уитни. Вычисление гомологий двумерного многообразия.
5. Форма пересечений двумерного многообразия. Вычисления. Применения.
6. Векторные поля на подмножествах плоскости. Гомотопность ненулевых векторных полей.
7. Непрерывные отображения. Применение соображений непрерывности и дискретной непрерывности (семинар). Гомотопность отображений. Основная теорема топологии о гомотопической классификации отображений окружности в окружность. Следствия: теорема Брауэра о неподвижной точке, основная теорема алгебры. Гомотопическая классификация ненулевых векторных полей на подмножествах плоскости.
8. Нечетные ( $Z_2$ -эквивариантные) отображения. Теорема Борсука-Улама (многомерный случай без доказательства). Ее применения в комбинаторике.
9. Фундаментальная группа. Зависимость от отмеченной точки. Вычисление при помощи накрытий. Фундаментальная группа произведения (семинар).
10. Теорема Борсука о продолжении гомотопии. Теорема о симплициальной аппроксимации (без доказательства). Вычисление фундаментальной группы 'клеточного пространства' с единственной вершиной. Теорема Зейферта-ван Кампена (без доказательства) и ее применения (семинар).
11. Векторные поля на поверхностях. Критерий Эйлера-Пуанкаре существования ненулевого касательного векторного поля на поверхности. Классификация ненулевых касательных векторных полей на торе.
12. Примеры двумерных симплициальных комплексов, невлостижимых в  $\mathbb{R}^3$  и в  $\mathbb{R}^4$  (семинар).
13. Определение и примеры трехмерных симплициальных комплексов и многообразий. Хирургия Дена. Фундаментальные группы трехмерных многообразий. Гипотеза Пуанкаре. Сфера Пуанкаре. Теоремы алгоритмической разрешимости и неразрешимости (без доказательства).
14. Теорема Хопфа о гомотопической классификации отображений двумерной сферы в себя. Степень отображения.
15. Теорема Хопфа о существовании ненулевого касательного векторного поля на любом 3-многообразии. Гомотопическая классификация векторных полей на 3-многообразиях (без доказательства).

## Литература

- В. В. Прасолов, Элементы комбинаторной и дифференциальной топологии, Москва, МЦНМО, 2004. <http://www.mccme.ru/prasolov>
- В. В. Прасолов, Элементы теории гомологий, Москва, МЦНМО, 2006. <http://www.mccme.ru/prasolov>
- [S1] А. Скопенков, Алгебраическая топология с элементарной точки зрения, Москва, МЦНМО, в печати, <http://www.mccme.ru/circles/oim/obstruct.pdf>,
- [S2] А. Скопенков, Алгоритмы распознавания реализуемости гиперграфов, <http://www.mccme.ru/circles/oim/algorg.pdf>,
- А. Т. Фоменко и Д. Б. Фукс, Курс гомотопической топологии, Москва, Наука, 1989.