

ГОМОТОПИЧЕСКАЯ ТОПОЛОГИЯ И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ

спецкурс А.Б. Скопенкова

К гомотопической классификации отображений сводятся многие проблемы топологии и приложений. На спецкурсе будут изучаться основные методы теории гомотопий. Они будут применяться в основном к заузливаниям сфер в евклидовых пространствах.

Основные идеи показываются на простейших частных случаях («олимпиадных» примерах), свободных от технических деталей, и со сведением научного языка к необходимому минимуму. За счет этого и курс становится доступным для начинающих, и удается быстро добраться до интересных сложных теоретически важных результатов. При этом для работы с новыми понятиями потребуется (и будет развиваться) математическая культура, адекватная теоретичности изучаемого курса (см. общие критерии для занятий и экзамена: <https://old.mccme.ru//circles//oim/home/bally.pdf>, стр. 3). Каждая следующая лекция рассчитана на тех, кто разобрался с материалом предыдущих (каждое домашнее задание, кроме первого, описывает материал предыдущей лекции). Экзамен состоит из решения задач в течение семестра и письменной работы в конце его. Подробная информация: <http://www.mccme.ru/circles/oim/home/combttop13.htm#homotop>

Программа

A1. Зачем еще нужна гомотопическая классификация: формулировки результатов о существовании и классификации векторных полей, многомерных зацеплений и погружений. [S20, §9, §12, §15.2]

A2. Гомотопические группы. [S20, §14.4]

A3. Расслоения и накрывающие гомотопии. Последовательность расслоения. [S20, §14.5]

A3. Оснащенные зацепления. Теорема Фрейденталя о надстройке. Произведение Уайтхеда и сложная часть теоремы Фрейденталя.* [S20, §14.6]

A4. Гомоморфизм Гуревича и теорема Гуревича. Теорема Пуанкаре о связи гомологий с фундаментальной группой. Теорема Уайтхеда о гомотопической эквивалентности. [S20, §14.7]

A5.* Относительные гомотопические группы. Точные последовательности пары и Баррата-Пуппе (корасслоения). [S20, §14.8]

B1. Изотопия. Многомерное зацепление Хопфа. Коэффициент зацепления. Его полнота для зацеплений n -мерных сфер в \mathbb{R}^{2n+1} при $n \geq 2$. [Нс]

B2. Конструкция Зимана многомерных зацеплений. Коэффициент зацепления в гомотопической группе. Классификация зацеплений в метастабильной размерности. Связь коэффициента зацепления и инварианта Хефлигера-Ву. [Нс, §§1-5]

B3. Примеры неполноты коэффициента зацепления ниже метастабильной размерности: многомерные зацепление Уайтхеда и кольца Борромео.

B4. Групповая структура на множествах узлов и зацеплений в коразмерности больше 2. Классификация зацеплений в «2-метастабильной» размерности. [Нс, §§5-6]

B5.* Ленточная сумма и преобразование Кирби для многомерных зацеплений.

B6.* Инвариант Ву вложений графов в плоскость и в пространство.

Литература

[Нс] http://www.map.mpim-bonn.mpg.de/High_codimension_links, §§1-5.

[S20] А.Б. Скопенков, Алгебраическая топология с геометрической точки зрения, М, МЦНМО, 2020, <https://www.mccme.ru/circles/oim/obstruct.pdf>.