

Простые числа.

Елизавета Пономарева

Менделеево

2 апреля 2007

Группа Орла

1. Существует ли степень 7, оканчивающаяся на 0001?
2. Доказать, что если числа a и 561 взаимнопросты, то $a^{561} \equiv 1 \pmod{561}$
3. Для каких простых p существует число вида $11 \dots 1$, делящееся на p ?
4. Пусть p — простое число. Докажите, что любой простой делитель числа $2^p - 1$ имеет вид $2kp + 1$.
5. p — простой делитель $2^{2^n} + 1$. Докажите, что p дает остаток -1 при делении на 2^{n+1} .
6. Докажите, что $(n, 2^{2^n}) = 1$.
7. Докажите, что для любого нечетного n : $n \mid 2^{n!} - 1$
8. Докажите, что для любого натурального $n > 1$ число $2^n - 1$ не делится на n .
9. Докажите, что существует бесконечно много натуральных n , для которых $2^n + 1$ делится на n . Найдите все такие простые n .
10. Докажите, что для любого простого $p > 2$ существует бесконечно много натуральных n , для которых $n \cdot 2^n + 1$ делится на p .
11. Для любого ли натурального числа s существует натуральное число n с суммой цифр s , делящееся на s .

Простые числа.

Елизавета Пономарева

Менделеево

2 апреля 2007

Группа Орла

1. Существует ли степень 7, оканчивающаяся на 0001?
2. Доказать, что если числа a и 561 взаимнопросты, то $a^{561} \equiv 1 \pmod{561}$
3. Для каких простых p существует число вида $11 \dots 1$, делящееся на p ?
4. Пусть p — простое число. Докажите, что любой простой делитель числа $2^p - 1$ имеет вид $2kp + 1$.
5. p — простой делитель $2^{2^n} + 1$. Докажите, что p дает остаток -1 при делении на 2^{n+1} .
6. Докажите, что $(n, 2^{2^n}) = 1$.
7. Докажите, что для любого нечетного n : $n \mid 2^{n!} - 1$
8. Докажите, что для любого натурального $n > 1$ число $2^n - 1$ не делится на n .
9. Докажите, что существует бесконечно много натуральных n , для которых $2^n + 1$ делится на n . Найдите все такие простые n .
10. Докажите, что для любого простого $p > 2$ существует бесконечно много натуральных n , для которых $n \cdot 2^n + 1$ делится на p .
11. Для любого ли натурального числа s существует натуральное число n с суммой цифр s , делящееся на s .