

Олимпиада

Группа МОНСТРА 14.04.09

1. Внутри параболы $y = x^2$ расположены несовпадающие окружности $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots$ так, что при каждом $n > 1$ окружность ω_n касается ветвей параболы и внешним образом окружности ω_{n-1} . Найдите радиус окружности ω_{2009} , если известно, что диаметр ω_1 равен 1 и она касается параболы в ее вершине.
 2. Существуют ли 2009 различных натуральных чисел, произведение любых двух из которых делится нацело на квадрат их разности?
 3. В тетраэдр $ABCD$, длины всех ребер которого не более 100, можно поместить две непересекающиеся сферы диаметра 1. Докажите, что в него можно поместить одну сферу диаметра 1,01.
 4. Клетчатая фигура Φ обладает свойством: при любом заполнении клеток прямоугольника $m \times n$ числами, сумма которых положительна, фигуру Φ можно так расположить в прямоугольнике, чтобы сумма чисел в клетках прямоугольника, накрытых фигурой Φ была положительна. Докажите, что данный прямоугольник может быть покрыт фигурой Φ в несколько слоев.
-

Олимпиада

Группа МОНСТРА 14.04.09

1. Внутри параболы $y = x^2$ расположены несовпадающие окружности $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots$ так, что при каждом $n > 1$ окружность ω_n касается ветвей параболы и внешним образом окружности ω_{n-1} . Найдите радиус окружности ω_{2009} , если известно, что диаметр ω_1 равен 1 и она касается параболы в ее вершине.
2. Существуют ли 2009 различных натуральных чисел, произведение любых двух из которых делится нацело на квадрат их разности?
3. В тетраэдр $ABCD$, длины всех ребер которого не более 100, можно поместить две непересекающиеся сферы диаметра 1. Докажите, что в него можно поместить одну сферу диаметра 1,01.
4. Клетчатая фигура Φ обладает свойством: при любом заполнении клеток прямоугольника $m \times n$ числами, сумма которых положительна, фигуру Φ можно так расположить в прямоугольнике, чтобы сумма чисел в клетках прямоугольника, накрытых фигурой Φ была положительна. Докажите, что данный прямоугольник может быть покрыт фигурой Φ в несколько слоев.