Рецензия на 1-ю версию Павлова Ивана и Хадаева Константина, 3-раскрашиваемые графы с запретами на ребрах.

Основные результаты интересны. Формально, они четко сформулированы. Однако реально их формулировка запутана. Желательно на первой странице работы сформулировать напрямую основное определение и основные результаты, см. предложение ниже.

Доказательство теоремы 1 (теоремы (a),(b),(c) из предложения ниже) нельзя считать завершенным, см. замечания (3),(4),(5),(6) ниже. Поэтому не могу рекомендовать настоящую версию работы к принятию на ММКШ.

Однако я надеюсь, что указанные проблемы преодолимы. Написание завершенного доказательства теоремы 2 (теорема (d) из предложения ниже) будет довольно трудоемким. Поэтому рекомендую авторам сначала представить завершенное доказательство теоремы 1, удалив теорему 2 или приведя ее в виде гипотезы без доказательства, получить на исправленную версию положительную рецензию, и только потом переходить к написанию завершенного доказательства теоремы 2. Буду рад рекомендовать исправленную версию к принятию на ММКШ в номинацию научно-исследовательских работ.

Предложение.

Определим обозначения A^2 и $\binom{A}{k}$...

Граф G называется $(3,x)$-*раскрашиваемым*, если для любого такого отображения

$$f : E(G) \to \binom{\{1,2,3\}^2}{x+3}, \quad \text{что} \quad f(e) \supset \{(1,1),(2,2),(3,3)\} \quad \text{для любого ребра } e \text{ графа } G,$$

существует такое отображение

$$c : V(G) \to \{1,2,3\}, \quad \text{что} \quad (c(u),c(v)) \notin f((u,v)) \quad \text{для любого ребра } uv \text{ графа } G.$$

Можно привести пояснения, например, что c — раскраска вершин графа G...

Теорема. *Дан связный граф G.*

(a) Если G является $(3,6)$-раскрашиваемым, то G — точка.

(b) Граф G является $(3,5)$-раскрашиваемым $\Leftrightarrow$ граф G является $(3,4)$-раскрашиваемым $\Leftrightarrow$ G — путь с не более, чем двумя вершинами.

(c) Граф G является $(3,3)$-раскрашиваемым $\Leftrightarrow$ граф G является $(3,2)$-раскрашиваемым $\Leftrightarrow$ G — путь с не более, чем тремя вершинами.

(d) Граф G является $(3,1)$-раскрашиваемым $\Leftrightarrow$...

Материал на стр.1 настоящей версии лучше выделить названием ('замечание' или 'мотивировка' или др.), привести их *после* прямой формулировки основного результата и написать, что это замечание не нужно для понимания доказательства.

Замечания.

(1) Аннотация неясна человеку, не прочитавшему самой работы.

(2) Не написано, зачем нужен параграф 1. В параграфе 2, т.е. в доказательстве теоремы 1 (теоремы (a),(b),(c) из предложения), параграф 1 не используется.

Желательно доказательство теоремы 1 (теоремы (a),(b),(c) из предложения) сделать параграфом 1 'доказательство теоремы 1', а параграф 1 настоящей версии сделать первым пунктом параграфа 2 'доказательство теоремы 2'.

(3) В доказательстве утверждений 3 и 4 на стр. 5 не доказано, что приведенные графы с запретами не являются (3,4)- и (3,2)-раскрашиваемыми. При этом более простые результаты (например, Утверждение 2 и Лемма 1) полностью доказываются.

(4) Первое предложение доказательства утверждения 3 на стр. 5 и первые два абзаца доказательства утверждения 4 на стр. 5 не являются частями доказательств этих утверждений.

(5) Доказательство утверждения 4 на стр. 5 заканчивается словами ‘утверждение 3 и теорема 1 доказаны’.

(6) Теорема 1 не вытекает из утверждений 2, 3 и 4. В итоге доказательство теоремы 1 так и не приведено. Авторам нужно извлечь это доказательство из текста на стр. 4-5. При такого рода извлечении часто находятся ошибки. Иногда они исправляются.

(7) Обозначение из определения 3 некорректно, ибо запрет зависит не только от X, Y, но и от (A, B). Неясно, зачем здесь приведено это обозначение, не используемое в формулировке основных результатов.