Козловой Киры.

Утверждение: ПРОСТАЯ ВАРИАЦИЯ НА ТЕМУ ЛОКАЛЬНОЙ ЛЕММЫ ЛОВАСА

Пусть $n \geq 2$ и $A_1, A_2, \ldots, A_n$ — подмножества конечного мн-ва M, доля каждого из которых $> 1-\frac{1}{n-1}$. Если A_k и A_{k+1} независимые для $\forall\ k=1,2,\ldots,n-1$, то $A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_n \neq \emptyset$.

Док-во: $|A_j|$ — кол-во элементов в A_j

По индукции докажем, что $|A_1 \cap \ldots \cap A_k| > |((k-1)p^2-(k-2)p)M|$, $p > \frac{k-2}{k-1}$; A_l и A_{l+1} — независимы для $l=1,\ldots,k-1$; $k \geq 4$; Доля $A_i > p$, где $i \leq k$

Пусть $A_{i_1} \cap A_{i_2} \cap \ldots \cap A_{i_t} = A_{i_1} A_{i_2} A_{i_t}$

$s \leq k-1$ $\frac{|A_s|}{|M|} = \frac{|A_s A_{s+1}|}{|A_{s+1}|} > p \Rightarrow |A_s A_{s+1}| > p|A_{s+1}|$ (док-во утв. для $n=2$)

$\Rightarrow |A_s \overline{A_{s+1}}| \leq (1-p)|A_{s+1}|$

$t \leq k-2$ $\frac{|A_s|}{|M|} = \frac{|A_s A_{s+1}|}{|A_{s+1}|} > p$; $\frac{|A_{s+2}|}{|M|} = \frac{|A_{s+1} A_{s+2}|}{|A_{s+1}|} > p$

$$\Downarrow$$

$$\frac{|A_s A_{s+1}| + |A_{s+1} A_{s+2}|}{|A_{s+1}|} > 2p \Rightarrow \frac{|A_s A_{s+1} A_{s+2}|}{A_{s+1}} > 2p-1$$

(Это док-во утв. для $n=3 \Rightarrow p > \frac{1}{2} \Rightarrow |A_1 A_2 A_3| > 0$).

База инд. $k=4$

$|A_1 A_2 A_3 A_4| \geq |A_1 A_2 A_3| - |A_2 A_3 \overline{A_4}| \geq |A_1 A_2 A_3| - |A_3 \overline{A_4}|) \geq$