

Крупников Александр.

Задача о сумме интересного ряда.

Формулировка:

Пусть A -мн-во чисел, состоящее из всех степеней всех натуральных чисел, кроме 1. Тогда

$$\sum_i \frac{1}{A_i - 1} = 1. \quad \left(\text{каждое число в мн-ве встречается единицей} \right)$$

$a = b^n \quad [b, n \neq 1]$

Доказательство:

Введём вспомогательное мн-во B и докажем вспомогательную лемму.

B -мн-во натуральных чисел, не являющихся степенями из которого исключили единицу.

т.е. $\{1\} \cup A \cup B = \mathbb{N}$

Лемма:

Пусть мн-во C получилось последовательным возведением элементов мн-ва B во все степени начиная с 2. Тогда $A = C$.

Доказательство леммы:

Очевидно, что $A \subset C$, потому что любой элемент из A можно представить в виде $a = b^n$, где

a - элемент A

b - элемент B

n - показатель степени

, и такой элемент будет содержаться в C .

Далее, очевидно, что любой элемент из C содержится в A , т.к. является степенью.