

Условие задачи: Вычислить следующий интеграл

$$\int \frac{1}{x^2 + 1} dx$$

Решение:

Разложу знаменатель дроби  $\frac{1}{x^2+1}$  на множители.

Найду сначала корни уравнения  $x^2 + 1 = 0$

$$x_{1,2} = \pm i$$

По теореме Безу:  $x^2 - 1 = (x - x_1)(x - x_2) = (x - i)(x + i)$

$$\int \frac{1}{x^2+1} dx = \int \frac{1}{(x-i)(x+i)} dx = \frac{1}{2i} \int \left( \frac{1}{(x-i)} - \frac{1}{(x+i)} \right) dx = \frac{1}{2i} \ln(x - i) - \frac{1}{2i} \ln(x + i) = \frac{1}{2i} \ln \left( \frac{x-i}{x+i} \right)$$