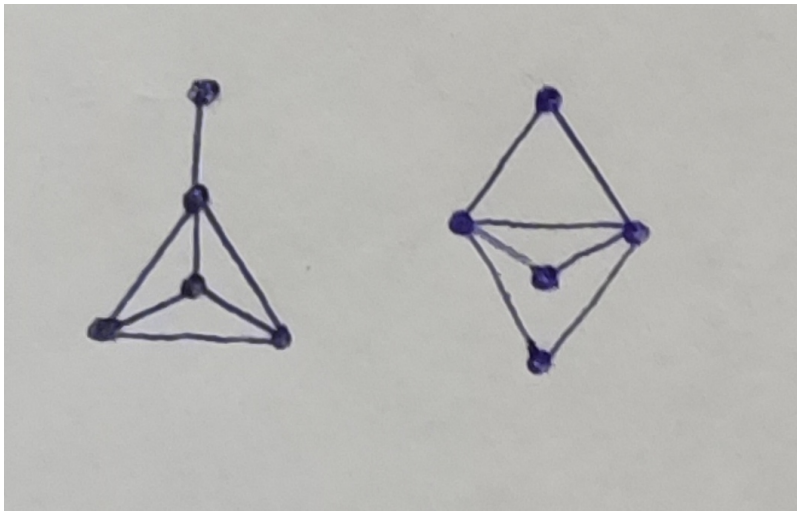
простой граф - граф без кратных ребер и петель
Мотивация: (известная задача)
Пусть в простом графе на n вершинах хотя бы $(n - 1)(n - 2)/2 + 1$ рёбер, тогда такой граф связен.
Результат:
Пусть в простом графе на n вершинах хотя бы $(n - 1)(n - 2)/2 + 2$ рёбер, тогда в таком графе есть цикл, проходящий по всем его вершинам ровно по одному разу.
Замечание:
Для всякого числа n вершин и всякого числа $e \leq (n - 1)(n - 2)/2 + 1$ рёбер существует простой граф на n вершинах с e рёбрами, но без указанного цикла.

простой граф называется гамильтоновым, если он содержит указанный цикл

два простых графа называются изоморфными, если существует такое взаимнооднозначное соответствие их вершин, при котором вершины в одном графе соединены ребром тогда и только тогда, когда соответствующие им вершины соединены ребром во втором графе

Гипотеза 1:
Все простые негамильтоновы графы на $n \geq 6$ вершинах с $(n - 1)(n - 2)/2 + 1$ рёбрами изоморфны. (Для $n = 5$ существует два неизоморфных негамильтоновых графа) (см. рисунок)
Гипотеза 2:
В простом графе на n вершинах с числом рёбер $(n - 1)(n - 2)/2 + 2$ и с вершиной степени 2 (такой граф лишь один с точностью до переобозначения вершин) число различных гамильтоновых циклов наименьшее и равно $(n - 3)!$