

**Рецензия на версию от 25.11 работы Т. Курганской
«У чисел вида $5r$ не больше четырех свидетелей простоты»**

В предложенной работе не все доказательства являются завершёнными.

Замечания.

1. В доказательствах лемм 0, 1, 2, 4 не обосновано применение теорем Ферма и Эйлера, поскольку не указано, почему a взаимно просто с модулем, по которому рассматривается сравнение.

2. В доказательстве леммы 0 при разборе третьего случая проведена неверная импликация, т.к. не учтены случаи $a \equiv 2$ и $a \equiv 23$.

3. В доказательстве леммы 2 содержится неверное равенство $2\text{НОД}(2m+1, p-1)=2$: это равенство справедливо лишь для нечетных простых p .

4. В доказательстве леммы 3 импликация не обоснована, поскольку пропущен переход от сравнения по модулю $5r$ к сравнению по модулю p

5. В доказательстве леммы 4 при разборе случая $a \equiv -1 \pmod{p}$ пропущен переход от сравнения по модулю $5r$ к сравнению по модулю p .

Пожелания.

1. В доказательстве леммы 0 при разборе четвертого случая можно обойтись и без перебора, заметив, что сравнения $a^{12} \equiv -1 \pmod{p}$ и $a^4 \equiv 1 \pmod{p}$ не могут быть выполнены одновременно.

2. Существует общая формула Моньера для количества свидетелей простоты данного натурального числа; см., например,

<https://www.mathnet.ru/links/895b98a8eaa26ab775821900fe895f41/ivm9716.pdf>

Стоит указать, в чем приведенное автором доказательство отличается от доказательства формулы Моньера количества свидетелей простоты.