

ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ РАБОТА

«А.С. Пушкин –МАТЕМАТИК?!»

Васютина Елена Александровна 10 В

Иванян Миранда Камоевна 10В

Научные руководители:

Прапор Л. В. Учитель математики,

Амирова Р. Ф. учитель русского языка и литературы

Москва 2022

Оглавление

Введение - 3

1. Теория Золотого сечения - 5

1.1 Теория - 5

1.2 Математические свойства коэффициента золотого сечения - 6

1.3 Золотой прямоугольник и треугольник - 7

1.4 Числа Фибоначчи - 8

2. Воплощения золотой пропорции в других - 9

2.1 Биология - 10

2.2 Живопись - 10

3. Золотое сечение в литературе на примере поэзии А.С. Пушкина - 11

4. Заключение - 16

5. Списки источников и использованной литературы - 16

Введение

Гуманитарные науки... только тогда будут удовлетворять человеческую мысль, когда в движении своём они встретятся с точными науками и пойдут с ними рядом...

А. П. Чехов

Часто можно услышать такую фразу: «Ой, да что эта математика! Сухая наука. Выучил формулу - и решай задачи! Не то, что литература. Вот где красота и гармония». Не стоит забывать о том, что именно математика подарила нам такие слова как гармония, симметрия, пропорция.

Литература и математика - что может объединять эти далекие друг от друга области знаний. Нам предстоит выяснить, как именно.

Актуальность исследования определяется следующим.

Во-первых, окружающий нас мир многообразен. Все обращали внимание, что мы неодинаково относимся к предметам и явлениям окружающей действительности. Беспорядочность, несоразмерность воспринимаются нами как безобразное. А

предметы и явления, которым свойственна гармония воспринимаются как красивое и вызывают у нас чувство восхищения.

Людей с давних времён волновал вопрос, подчиняются ли такие неуловимые вещи как красота и гармония, каким-либо математическим расчётам. Можно ли «проверить алгеброй гармонию?» – как сказал А.С. Пушкин. Конечно, все законы красоты невозможно вместить в несколько формул, но, изучая математику, мы можем открыть некоторые слагаемые прекрасного.

Во- вторых, предметом исследования явились произведения А. С. Пушкина не случайно. Пушкинские произведения не только не утратили своего значения поныне, но играют со временем всё большую роль в культурной жизни нашей страны и были, и будут актуальны.

Цель исследования: узнать, что такое «Золотое сечение»; и как оно связано с произведениями А.С. Пушкина.

Задачи:

- ✓ Изучить понятия «пропорция»; «золотое сечение».
- ✓ Исследовать присутствие золотого сечения в произведениях А.С. Пушкина ✓

Научиться анализировать и делать выводы.

Объект исследования: золотое сечение.

Предметы исследования: золотое сечение в математике и в произведения А.С. Пушкина.

Методы исследования:

- ✓ Работа с учебной и научно-популярной литературой, ресурсами сети Интернет.
- ✓ Наблюдение, сравнение, анализ, аналогия.

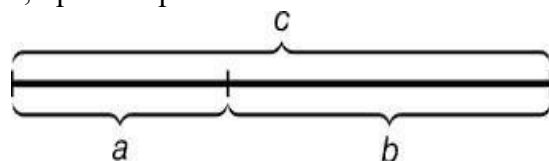
Гипотеза: За красоту и гармонию в поэзии «отвечает» математика. Особые числовые закономерности существуют в литературе (в произведениях А.С.

Пушкина).

1. Теория Золотого сечения

Очевидно, что при делении целого на две неравные части возможно бесконечное множество отношений между целым и одной из его частей, а также между самими частями целого. Но только в единственном случае эти отношения могут быть равными. Этот случай и представляет собой золотое сечение - высшее проявление структурного и функционального совершенства целого и его частей, когда целое относится к большей части, как большая часть к меньшей.

Золотое сечение (золотая пропорция, деление в крайнем и среднем отношении) — деление непрерывной величины на две части в таком отношении, при котором меньшая часть так относится к большей, как большая ко всей величине.



$$a:b=b:c \text{ или } c:b=b:a$$

Пусть a - целое, x -большая часть a , $a-x$ - меньшая часть a ,
имеем

$$\frac{a}{x} = \frac{x}{a-x} \Rightarrow x^2 + ax - a^2 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}.$$

Поскольку x часть целого, т. е. величина положительная, а второй корень отрицателен, то приходим к единственному значению корня:

$$x = a\varphi, \quad \varphi = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \approx 0,618,$$

где величина φ является коэффициентом золотого сечения.

Тогда

$$\frac{a}{x} = \frac{x}{a-x} = \frac{1}{\varphi} = \frac{\sqrt{5}+1}{2} = \Phi \approx 1,618,$$

Для меньшей части имеем $a-x = a\varphi^2$, причем
 $a\varphi^2 + a\varphi = a$.

Разделив теперь величину φ в золотой пропорции, получим

$$\frac{a\varphi}{y} = \frac{y}{a\varphi - y} = \frac{1}{\varphi} \Rightarrow y^2 + a\varphi y - a^2\varphi^2 = 0 \Rightarrow y = a\varphi^2, a\varphi - y = y\varphi = a\varphi^3,$$

$$a\varphi^3 + a\varphi^2 = a\varphi.$$

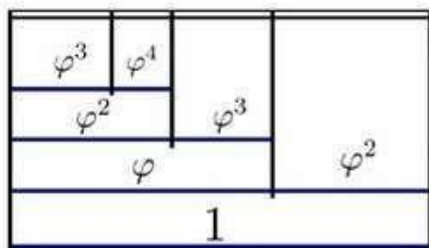
причем

Легко увидеть, что большая часть второй золотой пропорции $y = a\varphi^2$

совпадает с меньшей частью первой $a - x = a\varphi^2$.

Итак, при последовательном делении целого a в золотой пропорции имеет место геометрическая прогрессия (ряд золотого сечения) со знаменателем, каждый член которой равен сумме двух последующих членов прогрессии:

$$a, a\varphi, a\varphi^2, a\varphi^3, \dots \quad a = a\varphi + a\varphi^2, a\varphi = a\varphi^2 + a\varphi^3, \dots \quad a\varphi^n = a\varphi^{n+1} + a\varphi^{n+2}$$



Ряд золотого сечения:

$$1, \varphi, \varphi^2, \varphi^3, \dots, \varphi^{n+1}, \varphi^{n+2}, \dots$$

$$(n = 0, 1, 2, \dots)$$

$$\frac{\varphi^n}{\varphi^{n+1}} = \frac{\varphi^{n+1}}{\varphi^{n+2}}$$

$$\Phi = \frac{1}{\varphi} = \frac{\sqrt{5} + 1}{2} \approx 1,618 \quad \varphi^n = \varphi^{n+1} + \varphi^{n+2}$$

Математические свойства коэффициента золотого сечения

Иррациональное алгебраическое число, положительное решение квадратного

уравнения $x^2 - x - 1 = 0$, откуда, в частности, следуют соотношения:

$$\varphi^2 = \varphi + 1, \varphi \cdot (\varphi - 1) = 1, \varphi = \frac{1}{\varphi} + 1.$$

Представляется через тригонометрические функции:

$$\varphi = 2 \cdot \cos \frac{\pi}{5}.$$

представляется в виде бесконечной цепочки квадратных корней:

$$\varphi = \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \dots}}}}$$

представляется в виде бесконечной цепной дроби

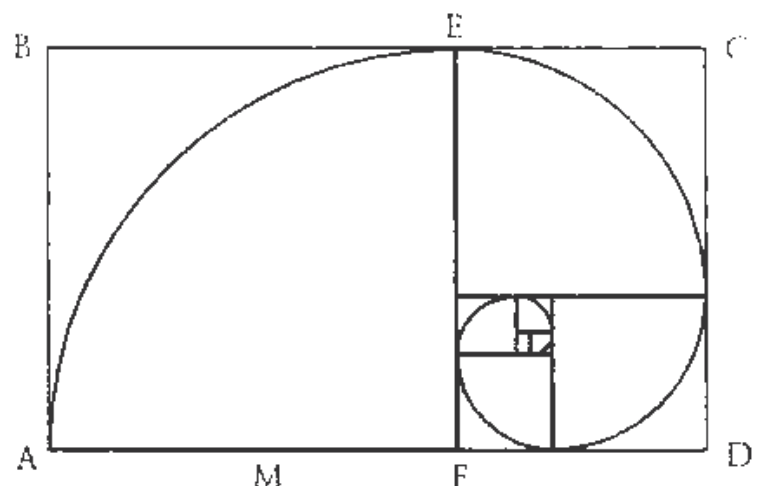
$$\varphi = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots}}},$$

Золотой прямоугольник

Мы начнем наше путешествие по геометрическим свойствам золотого сечения с "золотого" прямоугольника, который имеет следующее геометрическое определение. "Золотым" прямоугольником называется такой прямоугольник, в котором отношение большей стороны к меньшей равно золотой пропорции, то есть

$$AB \div BC = \tau = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}.$$

У «золотого» прямоугольника есть замечательное свойство: если «отрезать» от прямоугольника квадрат, то оставшаяся часть будет опять «золотым» прямоугольником, только меньшего размера.



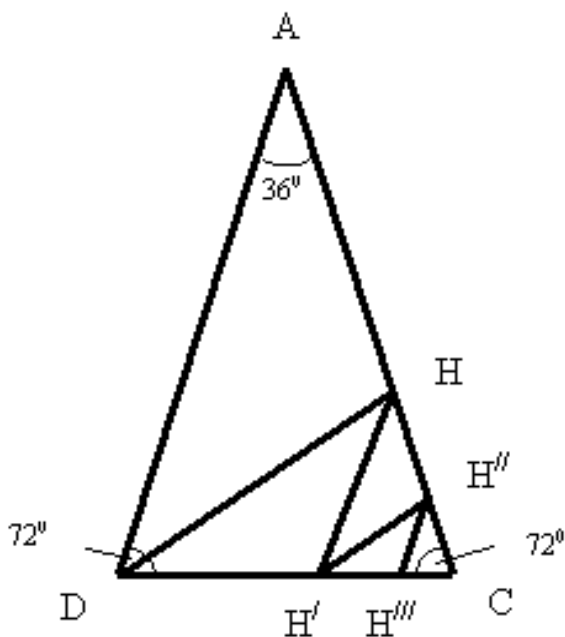
Золотой треугольник

Каждый "золотой" треугольник имеет острый угол $A = 36^\circ$ при вершине и два острых угла $D=C = 72^\circ$ при основании треугольника.

Основная особенность "золотого" треугольника состоит в том, что отношение каждого бедра $AC = AD$ к основанию DC равно золотой пропорции.

Пифагорейцы были восхищены, когда обнаружили, что биссектриса DH и делит сторону AC в точке H золотым сечением. При этом возникает новый "золотой" треугольник DHC . Если теперь провести биссектрису угла H к точке H' и продолжить этот процесс до бесконечности, то мы получим бесконечную последовательность

"золотых" треугольников.



Числа Фибоначчи

С историей золотого сечения косвенным образом связано имя итальянского математика Фибоначчи. В 1202 г вышел его математический труд «Книга об абаке», в котором были собраны все известные на то время задачи. Одна из задач гласила «Сколько пар кроликов в один год от одной пары родится». Размышляя на эту тему,

Фибоначчи выстроил такой ряд цифр:

Месяц	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Пары кроликов	0	1	1	2	3	5	8	13	21

Ряд чисел 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55 и т.д. известен как ряд Фибоначчи.

Особенность последовательности чисел состоит в том, что каждый ее член, начиная с третьего, равен сумме двух предыдущих $2+3=5$; $3+5=8$; $5+8=13$, $8+13=21$; $13+21=34$ и т.д., а отношение смежных чисел ряда приближается к отношению золотого деления.

2. Воплощения золотой пропорции в других областях

В дошедшей до нас древней литературе впервые упоминание о «золотом сечении» встречается в трудах Евклида «Начала» (около. 300 до н. э.) О «золотом сечении»

знали еще в Древнем Египте и Вавилоне, в Индии и Китае. Великий Пифагор создал тайную школу, где изучалась мистическая суть «золотого сечения». Евклид применил его, создавая свою геометрию.

Принято считать, что объекты, содержащие в себе «золотое сечение» воспринимаются людьми наиболее гармоничными.

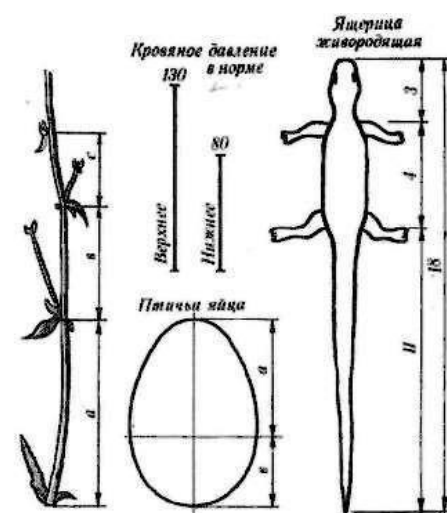
Есть вещи, которые нельзя объяснить. Вот вы подходите к пустой скамейке и садитесь на нее. Где вы сядете - посередине? Или, может быть, с самого края? Нет, скорее всего, не то и не другое. Вы сядете так, что отношение одной части скамейки к другой, относительно вашего тела, будет равно примерно 1,62. Простая вещь, абсолютно инстинктивная. Садясь на скамейку, вы произвели «золотое сечение». Может быть, это закон красоты? Или все-таки он мистическая тайна? Научный феномен или этический принцип? Ответ неизвестен до сих пор. Точнее нет, известен. «Золотое сечение» - это и то, и другое, и третье. Только не по отдельности, а одновременно.

Биология

Золотое сечение присутствует в биологии. Представлено золотое сечение в природе двумя своими разновидностями: иррациональной, т.н. пифагорейским отношением 1.62, и целочисленным, соответствующим числам Фибоначчи. Вторая разновидность имеет воплощение в структуре ДНК и РНК, листорасположении на ветках деревьев, шишках сосны. Что же касается иррациональной составляющей золотого сечения, то она нашла свое воплощение в пропорциях тела человека,

соотношении размеров

грудной и брюшной части тела бабочек, особенно заметном, когда это насекомое разводит крылья, пропорциях стрекозы и ящерицы, яйце птицы.



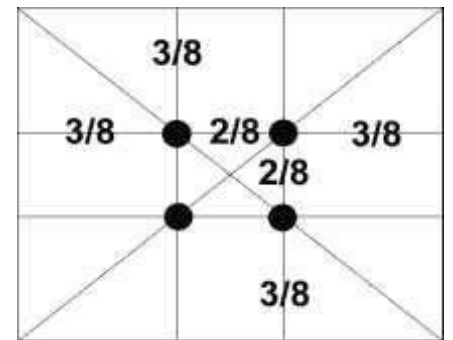
Золотое сечение является основополагающим принципом такой науки, как анатомия человека, ведь число костей туловища и черепа, а также количество конечностей нашего тела имеет соответствие с рядом чисел Фибоначчи.

Еще Гете подчеркивал тенденцию природы к спиральности. Паук плетет паутину спиралеобразно. Спиралью закручивается ураган. Молекула ДНК закручена двойной спиралью. Гете называл спираль "кривой жизни". Винтообразное и спиралевидное расположение листьев на ветках деревьев подметили давно. Спираль увидели в расположении семян подсолнечника, в шишках сосны и т.д.

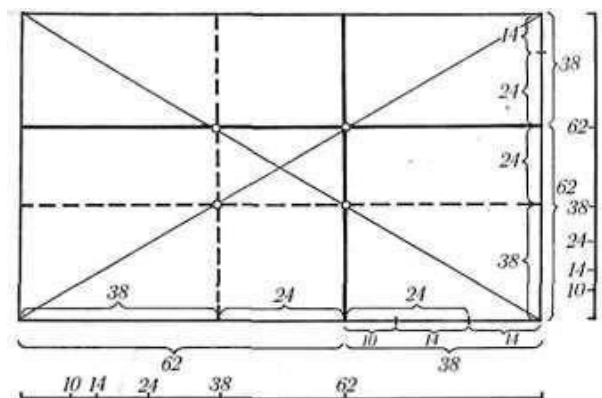
Живопись

Золотое сечение находит применение в живописи. Сейчас с уверенностью можно сказать, что золотая пропорция - это та основа формообразования, применение которой обеспечивает многообразие композиционных форм во всех видах искусства и дает основание создать научную теорию композиции и единую теорию пластических искусств.

В эпоху Возрождения художники открыли, что любая картина имеет определенные точки, невольно приковывающие наше внимание, так называемые зрительные центры. При этом абсолютно неважно, какой формат имеет картина - горизонтальный или вертикальный. Таких точек всего четыре, и расположены они на расстоянии $3/8$ и $5/8$ от соответствующих краев плоскости.



Если необходимо найти линию золотого сечения на картине или эскизе по горизонтали, то новое деление геометрическим способом высоты картины производить нет необходимости. Достаточно провести диагонали картины. Их пересечения с линиями золотого сечения по вертикали укажут точки, через которые следует провести горизонтальные линии золотого сечения.



4. Золотое сечение в литературе на примере поэзии А.С. Пушкина

Проводя аналогию между математикой и литературой, можно прийти к следующему выводу: в строении стихотворений должна проявляться закономерность музыкальной гармонии, а следовательно, и золотая пропорция.

Четкий ритм, закономерное чередование ударных и безударных слогов, упорядоченная размерность стихотворений, их эмоциональная насыщенность делают поэзию родной сестрой музыкальных произведений.

Для анализа метрики стихотворений А.С. Пушкина рассмотрены его произведения периода 1829-1836 годов.

Следует учесть, что законы стихосложения требуют, как правило, наличия четного числа строк в стихотворении, так как строки попарно рифмуются. Неудивительно поэтому, что стихотворения с числом 12 и 14 встречаются значительно чаще, чем с числом строк 13.

Характерно, что наиболее выдающиеся произведения поэта, шедевры его творчества явно тяготеют к размерам 8, 13, 21 и 34 строки. В таких замечательных произведениях поэта, как «Сонет», «Поэту», - 13-14 строк. По 20 строк в таких известных стихотворениях, как «Храни меня, мой талисман», «Во глубине сибирских руд» и в предсмертном «Я памятник себе воздвиг нерукотворный...»

Числа Фибоначчи не только доминируют в размерах стихотворений А.С. Пушкина, они определяют во многих случаях и внутреннюю композицию стихотворений. Так, в стихотворении «Моя родословная» - 8 восьмистиший, в стихотворении «Друзьям» - 8 четверостиший. Конечно, число 8 удобно для стихосложения еще и потому, что оно четное. Но ведь четными являются и числа 6 и 10, однако они встречаются в произведениях поэта крайне редко.

Характерно, что нечетные числа этого ряда 3, 13, 15, 21 затрудняют стихосложение, рифмование строк. Но поэт пользуется этими размерностями, так как они отвечают требованиям художественной формы, формы новой, оригинальной и в то же время отвечающей критериям гармонии.

В коротких стихотворениях размером в 4-8 строк, как правило, выражено эмоциональное состояние поэта. Но стихотворения более значимые по размеру,

содержащие 12-14 или 20-22 строки, очень часто включают в себя два эмоциональных нюанса. Поэтому такие стихотворения состоят как бы из двух частей. Такое деление стихов на две части бывает симметричным – произведение делится на две равные части. Но значительно чаще части стихотворения не. В таких произведениях отношение большей части к меньшей очень часто отвечает рядом расположенным числам Фибоначчи (или близко к ним, учитывая четность числа строк) и, следовательно, близко к золотой пропорции.

Рассмотрим стихотворение «Поедем, я готов; куда бы вы, друзья...» содержится 13 строк. В нем выделяются две смысловые части: первая в 8 строк и вторая в 5 строк.

Поедем, я готов; куда бы вы, друзья,
Куда б ни вздумали, готов за вами я
Повсюду следовать, надменной убегая:
К подножию ль стены далекого Китая,

В кипящий ли Париж, туда ли наконец,
Где Тасса не поет уже ночной
гребец, Где древних городов под
пеплом дремлют мощи,

Где кипарисные благоухают рощи, (8 строк первая смысловая часть)

Повсюду я готов. Поедем... но, друзья,
Скажите: в странствиях умрет ли страсть моя?
Забуду ль гордую, мучительную деву,
Или к ее ногам, ее младому гневу,
Как дань привычную, любовь я принесу? (5 строк - вторая смысловая часть)

Одно из последних стихотворений Пушкина "Не дорого ценю я громкие права..." состоит из 21 строки и в нем выделяется две смысловые части: в 13 и 8 строк.

Не дорого ценю я громкие права,

От коих не одна кружится
голова. Я не ропщу о том, что
отказали боги

Мне в сладкой участи оспаривать налоги
Или мешать царям друг с другом воевать;

И мало горя мне, свободно ли печать
Морочит олухов, иль чуткая цензура В
журнальных замыслах стесняет балагура.

Все это, видите ль, слова, слова, слова.
Иные, лучшие, мне дороги права:

Иная, лучшая, потребна мне свобода:
Зависеть от царя, зависеть от народа -
Не все ли нам равно? Бог с ними.

Никому

Отчета не давать, себе лишь самому
Служить и угождать; для власти, для ливреи

Не гнуть ни совести, ни помыслов, ни шеи;

По прихоти своей скитаться здесь и там,
Дивясь божественным природы красотам,
И пред созданьями искусств и вдохновенья

Трепеща радостно в восторгах умиленья,

Вот счастье! Вот права...

Характерно, что и первая часть этого стиха делится на 8 и 5 строк, то есть все стихотворение построено по законам золотой пропорции.

Представляет несомненный интерес анализ романа "Евгений Онегин", сделанный Николаем Васютинским. Роман состоит из 8 глав, в каждой из них в среднем около 50 стихов, а в каждом стихе 14 строчек. Наиболее совершенной и эмоциональной является восьмая глава. В ней 51 стих. Вместе с письмом Евгения к Татьяне это соответствует числу Фибоначчи 55. Основная схема построения «Евгения Онегина» основана на близости к числам 8, 13, 55 и это неслучайно. Кульминацией главы является объяснение Евгения в любви к Татьяне – строка «Бледнеть и гаснуть ... вот блаженство!». Эта строка делит всю восьмую главу на две части – в первой 477 строк, а во второй – 295 строк. Их отношение равно 1,617.

Похоже, что основная схема построения «Евгения Онегина» основана на близости к трем числам ряда Фибоначчи: 8, 13, 55. Тяготение Пушкина к этим числам очевидно и, конечно, не случайно.

Для А.С. Пушкина характерно большое разнообразие таких форм, но есть у него и наиболее излюбленные. По-видимому, сюда относится и неосознанное, интуитивное тяготение к числам 5, 8, 13, 21, 34, 55. Ведь интуиция в творчестве А.С. Пушкина была необычайно сильной и плодотворной.

В метрике и композиции стихов А.С. Пушкина сосуществуют симметрия и асимметрия. Симметрия стихотворения выражается в четном числе рифмованных строк, в наличии 4-, 6- и 8-стиший, в парном количестве стихов в произведениях. Некоторые стихотворения симметричны по смысловому содержанию, которое делит их на две равные части. Простота симметричных построений придает стихам красоту упорядоченности, легкость восприятия, строгость и монументальность.

Различные формы асимметрии проявляются в существовании непарного числа строк, наличии структур стихосложения, несимметричном расположении кульминационных моментов или интонации части. Асимметрия придает стихам живость, повышает эмоциональное воздействие. Одним из выражений асимметрии в метрике и композиции стихов является золотая пропорция, подчинение метрики числам Фибоначчи. Сочетание этих двух основ гармонии и порождает удивительное разнообразие художественных форм в поэзии А.С. Пушкина.

Выводы:

- ✓ Преобладание в метрике стихотворений А.С. Пушкина чисел ряда Фибоначчи никак нельзя признать случайностью. Наличие этих чисел выражает одну из фундаментальных закономерностей творческого метода поэта, его эстетические требования, чувство гармонии.
- ✓ Для А.С. Пушкина характерно тяготение к определенным стихотворным формам, но есть у него и наиболее излюбленные. По-видимому, сюда относится и неосознанное, интуитивное тяготение к числам 5, 8, 13, 21, 34, 55. Ведь интуиция в творчестве А.С. Пушкина была необычайно.

Заключение

Очевидно, золотая пропорция обладает каким-то особым свойством, в ней скрыта загадка природы, которую ещё предстоит открыть. Золотая пропорция – понятие математическое и её изучение – задача науки. Но она же является критерием красоты и гармонии, а это уже категории искусства. Она не принадлежит какойто одной научной области, а присутствует во всём вокруг. И в литературных произведениях именно присутствие золотой пропорции делает их гениальными.

Списки источников и использованной литературы

1. Френкель В. Я. Пушкин и точные науки. – Журнал «Квант», № 8/1978,
2. Пушкин А. С. Сочинения. – В 3-х т. – М.: Художественная литература, 1985 – 1987
3. Васютинский Н.А. Золотая пропорция. – М.: Мол. гвардия, 1990 4. Математика и законы красоты <http://mathkrasota.ucoz.ru/index/0-11>
5. Золотые пропорции в литературе: <http://www.liveinternet.ru/users/oprichnik46/post148935339>