13.11.2022
Вандель Зара

Лемма

Если число $n \in N$ составное, то существует такое простое число p,

что n $\vdots$ p, $p < \sqrt{n}$.

Любое составное число можно представить в виде: $n = a \cdot b$, где $a, b \in N$
Докажем, что одно из чисел a, b разложения будет меньше $\sqrt{n}$
Докажем от противного: пусть оба числа больше $\sqrt{n}$.
Тогда $a > \sqrt{n} > 0;\ b > \sqrt{n} > 0$ Перемножив неравенства, получим:

$$a \cdot b > n,\ n = a \cdot b,\ n > n$$

Возникает противоречие. Значит, одно из чисел должно быть меньше $\sqrt{n}$
Пусть $a < \sqrt{n}$. Если a - простое число, лемма доказана. Если a - составное число, то a можно представить в следующем виде: $a = p \cdot c, p-, c \in N$. Тогда $p < a < \sqrt{n}$, $p < \sqrt{n}$;
Доказано.