25.11.2022
Вандель Зара

Лемма

Если число $n \in \mathbb{N}$ составное, то существует такое простое число $p \neq 1$,

$$\text{что n} \vdots \text{p и } p \leq \sqrt{n}.$$

Доказательство.
Докажем от противного. Любое составное число можно представить в виде: $n = a \cdot b$, где $a, b \in \mathbb{N}$. Докажем, что одно из чисел a, b разложения будет меньше $\sqrt{n}$.
Пусть $b > \sqrt{n}$. Тогда при $a > \sqrt{n}$ произведение $a \cdot b > n$, что противоречит заданному нами условию. Пусть $a \leq \sqrt{n}$. Если a - простое число, лемма доказана. Если a - составное число, то a можно представить в следующем виде: $a = p \cdot c$, где p - простое число, $c \in N$. Тогда $p < a < \sqrt{n}$, а значит, $p < \sqrt{n}$.
Доказано.