

# Лемма о соединении границ оболочек

Д. Магжанов, Университет Боккони (1 курс)

Научный руководитель: Е.В. Бакаев

3 ноября 2023 г.

*На плоскости дано конечное множество  $S$  точек общего положения (то есть никакие три точки не лежат на одной прямой).*

Пусть  $P(S)$  – граница выпуклой оболочки множества  $S$ . При  $|S| > 2$  это замкнутая ломаная, при  $|S| = 2$  это отрезок – однозвенная ломаная, при  $|S| = 1$  это точка.

Будем обозначать  $S' = S \setminus P(S)$ . Заметим, что  $S' \in S$ . Значит  $S'$  тоже конечное множество точек общего положения.

Обозначим  $N(S)$  – наибольшее целое число, для которого  $|S^{(N)}| > 0$ .

*Соединением двух отрезков  $AB$  и  $CD$ , не лежащих на одной прямой, назовем непересекающуюся пару отрезков  $AC$ ,  $BD$  или  $AD$ ,  $BC$ . Соединением отрезка  $AB$  и точки  $C$ , не лежащих на одной прямой, назовем пару отрезков  $AC$  и  $BC$ .*

**Лемма 1.** *Для любого отрезка  $a$ , являющегося звеном  $P(S^{(j)})$ ,  $j \in [0, N - 1]$ :*

- 1) Если  $|S^{(j+1)}| > 1$ , то существует звено  $b$  из  $P(S^{(j+1)})$  такое, что есть соединение  $a$  и  $b$ , элементы которого не пересекают  $P(S^{(j)})$  и  $P(S^{(j+1)})$ .*
- 2) Если  $|S^{(j+1)}| = 1$ , т.е. состоит из одной точки  $b$ , то существует соединение  $a$  и  $b$ , элементы которого не пересекают  $P(S^{(j)})$  и  $P(S^{(j+1)})$ .*