

# Лемма о соединении границ оболочек

Д. Магжанов, Университет Боккони (1 курс)

Научный руководитель: Е.В. Бакаев

12 ноября 2023 г.

На плоскости дано конечное множество точек  $S$ .

Введем следующие обозначения:

1.  $P(S)$  – граница выпуклой оболочки множества  $S$ . При  $|S| > 2$  это замкнутая ломаная, при  $|S| = 2$  это отрезок – однозвенная ломаная, при  $|S| = 1$  это точка.
2.  $S_0 = S$
3.  $S_k = S_{k-1} \setminus P(S_{k-1})$ ,  $k \geq 1$

**Лемма 1.** Если  $S$  – множество точек общего положения, то для любого звена  $AB$  из  $P(S_j)$ ,  $j \geq 0$ :

1) Если  $|S_{j+1}| > 1$ , то существует звено  $CD$  из  $P(S_{j+1})$  такое, что отрезки  $AC$  и  $BD$  не пересекают друг друга;  $AC$  не пересекает  $P(S_j)$  и  $BD$  не пересекает  $P(S_j)$ ,  $AC$  не пересекает  $P(S_{j+1})$  и  $BD$  не пересекает  $P(S_{j+1})$  в точках, отличных от своих концов.

2) Если  $|S_{j+1}| = 1$ , т.е. состоит из одной точки  $C$ , то  $AC$  не пересекает  $P(S_j)$  и  $BC$  не пересекает  $P(S_j)$ ,  $AC$  не пересекает  $P(S_{j+1})$  и  $BC$  не пересекает  $P(S_{j+1})$  в точках, отличных от своих концов.