Лемма о соединении границ оболочек

Д. Магжанов, Университет Боккони (1 курс)
Научный руководитель: Е.В. Бакаев

24 ноября 2023 г.

На плоскости дано конечное множество точек S.

Введем следующие обозначения:

1. $P(S)$ – граница выпуклой оболочки множества S. При $|S| > 2$ это замкнутая ломаная, при $|S| = 2$ это отрезок – однозвенная ломаная, при $|S| = 1$ это точка.
2. $S_0 = S$
3. $S_k = S_{k-1} \setminus P(S_{k-1}),\ k \geq 1$

Лемма 1. *Если S – множество точек на плоскости, среди которых никакие три точки не лежат на одной прямой, то для любого звена AB ломаной $P(S_j),\ j \geq 0$:*
1) Если S_{j+1} состоит из более чем одной точки, то существует звено CD ломаной $P(S_{j+1})$ такое, что $AC \cap BD = \emptyset$, $AC \cap P(S_j) = \{A\}$, $BD \cap P(S_j) = \{B\}$, $AC \cap P(S_{j+1}) = \{C\}$, $BD \cap P(S_{j+1}) = \{D\}$.
2) Если S_{j+1} состоит из одной точки C, то $AC \cap BC = \{C\}$, $AC \cap P(S_j) = \{A\}$, $BC \cap P(S_j) = \{B\}$, $AC \cap P(S_{j+1}) = \{C\}$, $BC \cap P(S_{j+1}) = \{C\}$.