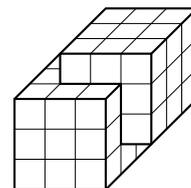


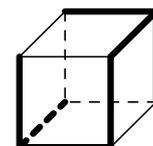
Кубики

Задача 1. 3 курицы за 3 дня снесли 3 яйца. Сколько яиц снесут 9 куриц за 9 дней? *Ответ.* 27.

Задача 2. Сколько кубиков нужно, что сложить “два пересекающихся куба” как на рисунке? *Ответ.* $2 \cdot 3^3 - 2^3 = 46$.

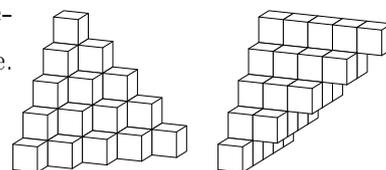


Задача 3. Поверхность кубика $20 \times 20 \times 20$ покрасили белой краской. Сколько получилось кубиков, у которых покрашено ровно
а) 3 грани; б) 2 грани; в) 1 грань? *Ответ.* а) 8, б) $12 \cdot 18$, в) $6 \cdot 18^2$.



Задача 4. Куб из бумаги разрезали по отмеченным на картинке ребрам. Нарисуйте получившуюся развертку.

Задача 5. Гусеница хочет проползти из одного угла кубической комнаты в противоположный. Найдите кратчайший путь такого путешествия по стенам комнаты. *Указание.* Перейдите к развертке.



Задача 6. На какую из двух пирамидок справа уйдет больше кубиков? *Ответ.* Поровну.

Комментарий. Это проявление (дискретной версии) принципа Кавальери.

Дополнительные задачи

Задача 7. а) Сколько квадратиков уйдет на уголок высоты n ?

Указание. Из двух таких уголков легко сложить прямоугольник.

б) Найдите сумму $1 + \dots + n$. *Ответ.* $\frac{n(n+1)}{2}$.

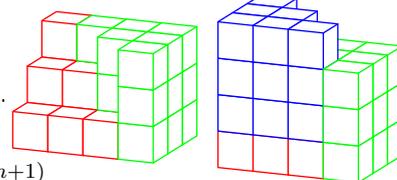
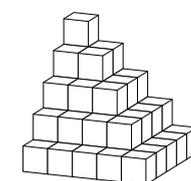
Задача 8. а) В углу комнаты сложили из кубиков пирамидку высоты 5 (см. рис.). Сколько на нее ушло кубиков?

б) А сколько кубиков уйдет на пирамидку высоты n ?

Указание. Сложите из нескольких таких пирамидок параллелепипед.

Указание. Параллелепипед $n \times (n+1) \times (2n+1)$ из 6 пирамидок.

в) Вычислите сумму $1^2 + 2^2 + \dots + n^2$. *Ответ.* $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.



Задача 9. В одной из вершин куба сидит заяц, но охотникам он не виден. Три охотника стреляют залпом, при этом они могут “поразить” любые три вершины куба. Если они не попадают в зайца, то до следующего залпа заяц перебегает в одну из соседних (по ребру) вершин куба. Как стрелять охотникам, чтобы обязательно попасть в зайца за четыре залпа.

Указание. 1) Покрасим вершины в шахматном порядке. 2) Выстрелим в три вершины черного цвета. 3) Как убить зайца, если он начинал в единственной вершине черного цвета, в которую мы не стреляли?