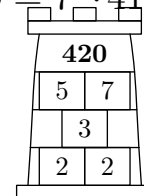


## Делимость. Разложение на множители

▷ Число  $p$  называется *простым*, если оно не имеет делителей кроме 1 и  $p$ .

**Задача 1.** Является ли простым число а) 2009? б) 101? answer а)  $2009 = 7^2 \cdot 41$ ;  
б) да.



▷ *Основная теорема арифметики* утверждает, что любое натуральное число может быть разложено в произведение простых, причем единственным образом.

**Задача 2.** а) Число делится на 2 и на 3. Обязательно ли оно делится на 6?

б) Число делится на 6 и на 8. Обязательно ли оно делится на 48?

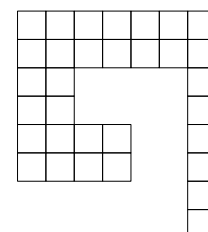
**Задача 3.** а) Делится ли число  $2^{10} \cdot 5^2$  на 10? А на 1000?

б) Сколько делителей у этого числа? *Ответ.* б)  $(10 + 1) \cdot (2 + 1) = 33$ .

**Задача 4.** Выясните, на сколько нулей оканчивается число

а)  $10! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 10$ ; б) число  $100!$ .

*Ответ.* а) На  $[10/5] = 2$ ; б) На  $[100/5] + [100/25] = 24$ .



**Задача 5.** Разрежьте фигуру справа на две равные части.

*Указание.* Пусть “хвост” справа снизу лежит в первой фигуре. Где может быть соответствующая часть второй? Каким движением совмещаются эти фигуры?

## Делимость. Продолжение

**Задача 6.** Незнайка хвастался своими выдающимися способностями умножать числа в уме. Один коротышка написал на бумажке длинное число и предложил Незнайке перемножить его цифры. «1210», — немедленно выпалил Незнайка. «Ты неправ», — сказал проходивший мимо Знайка. Как он обнаружил ошибку, не зная исходного числа? *Ответ.* 1210 делится на 11.

**Задача 7.** Решите ребусы (как обычно, одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, а разным буквам — разные; надо найти все решения или доказать, что их нет) а)  $AB \cdot VG = DDEE$ ; б)  $AB \cdot VG = DEDE$ .

*Ответ.* Решений нет (правая часть делится в первом случае на 11, во втором на 101, а левая — нет).

**Задача 8.** За день курс акций компании «Рога и копыта» повышается или понижается на 1% (курс не округляется). Может ли этот курс дважды принять одно и то же значение?

**Задача 9.** а) Докажите, что число  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{11}$  не целое.

*Указание.* Сложим дроби. Делится ли числитель на 11?

б) Докажите, что число  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{100}$  не целое.