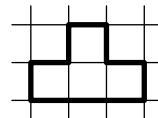


## Вспомогательная раскраска

**Задача 1.** На каждой клетке доски  $5 \times 5$  сидит жук. В некоторый момент все жуки перелетают на соседние (по стороне) клетки. Докажите, что после этого остается хотя бы одна пустая клетка. *Указание.* Сколько жуков было на белых клетках, а сколько на черных?

**Задача 2.** а) Можно ли разрезать доску  $10 \times 10$  на четырехклеточные буквы «Т»? б) А доску  $12 \times 12$ ? *Указание.* а) На сколько фигурок могла бы разрезаться доска? Сколько всего в них должно быть черных клеток? б) А доску  $4 \times 4$ ?

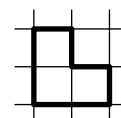


**Задача 3.** Имеется куб  $5 \times 5 \times 5$  с вытасненным из середины ребра кубиком  $1 \times 1 \times 1$ . Можно ли сложить такую фигуру из «доминошек»  $1 \times 1 \times 2$ ? *Ответ.* Нет.

**Задача 4.** Кусок сыра имеет форму кубика  $3 \times 3 \times 3$ , из которого вырезан центральный кубик. Мышь начинает грызть этот кусок сыра, съедая по одному кубику  $1 \times 1 \times 1$  и переходя в один из соседних (по грани) кубиков. Сможет ли мышь съесть весь кусок сыра? *Указание.* Сколько на ее пути черных клеток, а сколько белых?

**Задача 5.** Из стакана молока перелили одну ложку в чашку с кофе. А потом такую же ложку неоднородной смеси из чашки — обратно в стакан. Чего теперь больше: кофе в молоке или молока в кофе? *Ответ.* Поровну.

**Задача 6.** Пете подарили набор «Юный паркетчик», состоящий из 12 прямоугольников  $1 \times 3$ . Хулиган Вася заменил одну из них на уголок из трех клеток. Сможет ли Петя сложить квадрат  $6 \times 6$ ?



*Указание.* Нельзя ли покрасить доску в 3 цвета так, чтобы в каждом прямоугольнике  $1 \times 3$  все клетки имели разные цвета?

## Дополнительные задачи

*Указание.* Здесь нужно придумать подходящую раскраску (не шахматную).

**Задача 7.** Можно ли доску  $8 \times 8$  разрезать на 15 вертикальных и 17 горизонтальных доминошек?

**Задача 8.** Какое наибольшее количество прямоугольников  $4 \times 1$  можно вырезать из квадрата  $6 \times 6$ ?