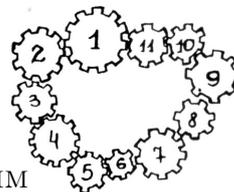


Четность

Задача 0. В двух кошельках лежат две монеты, причем в одном кошельке монет вдвое больше, чем в другом. Как такое может быть?

Ответ. Внутри первого кошелька лежит монета и второй кошелек с монетой.

Задача 1. На плоскости расположено 11 шестеренок, соединенных по цепочке. Могут ли они вращаться?



Задача 2. В парламенте некоторой страны две палаты с равным числом депутатов. В голосовании по важному вопросу приняли участие все депутаты, причем воздержавшихся не было. Когда председатель сообщил, что решение принято с преимуществом в 23 голоса, лидер оппозиции заявил, что результаты голосования сфальсифицированы. Как он это понял?

Указание. Пусть в палатах было по x депутатов. Сколько депутатов проголосовали «за»?

Задача 3. Существуют ли 6 целых чисел, и сумма, и произведение которых являются нечетными числами? А 200?

Указание. Посмотрим на условие про произведение. Могут ли среди чисел встречаться четные?

Комментарий. Какой будет сумма двух четных, четного и нечетного, двух нечетных? Полезно составить табличку 2×2 ; и еще одну для умножения.

Задача 4. Числа от 1 до 10 выписаны в строчку. Маша и Ваня по очереди ставят между любыми двумя числами по знаку «+» или «-». Когда все места заполнятся, подсчитывают результат. Если результат четен, то выигрывает Маша, а если нечетен, то Ваня. Кто выигрывает, если начинает Маша?

Задача 5. Аборигены поймали Кука и просят за его выкуп 300 монет на общую сумму 1001 рупия. Аборигены не признают никаких других монет, кроме монет 1, 5, 7 и 9 рупий. Можно ли выкупить Кука на таких условиях?

Ответ. Нет (сумма четного числа нечетных чисел всегда четна — это можно доказать, например, разбив слагаемые на пары).

Задача 6. На доске написаны числа от 1 до 6. За ход разрешается прибавить к любым двум из них по единице. Можно ли за несколько ходов сделать все числа равными? *Указание.* Посмотрим на четность суммы всех чисел.

Четность. Дополнительные задачи

Задача 7. Кузнечик прыгает по прямой. В первый раз — на 1 см, во второй раз — на 2 см и так далее. Может ли он после 2009 прыжков оказаться там, где начинал?

Задача 8. Улитка ползет по столу с постоянной скоростью, каждые 15 минут поворачивая на 90° (в остальное время она ползет по прямой). Докажите, что она может вернуться в исходный пункт только через целое число часов.

Ответ. Набор координат mod 2 периодичен с периодом 4.

Задача 9. а) Найдите пять первых натуральных чисел, имеющих нечетное число делителей. б) Найдите сотое число, обладающее таким свойством.

Указание. Разбейте делители на пары. *Ответ.* б) 100^2 .