

## Цифры числа

**Задача 1.** Какой цифрой оканчивается число  $9999^{999^{999}}$ ? *Ответ.* 9.

**Задача 2.** Пятизначное число записали задом наперед и вычли из исходного. Докажите, что результат делится на 11.

**Задача 3.** Некоторое число оканчивается на 5. Докажите, что его квадрат оканчивается на 25. *Указание.* Представим это число в виде  $10a + 5$ .

**Задача 4.** В музее Гуггенхайма в Нью-Йорке есть скульптура, имеющая форму куба. Жук, севший на одну из вершин, хочет как можно быстрее осмотреть скульптуру, чтобы перейти к другим экспонатам (для этого достаточно попасть в противоположную вершину куба). Какой путь ему выбрать? *Указание.* Посмотрим на развертку.

Напомним, что

- число делится на 3 тогда и только тогда, когда сумма его цифр делится на 3;
- число делится на 9 тогда и только тогда, когда сумма его цифр делится на 9.

*Комментарий.* Рассказываем у доски в середине занятия.

**Задача 5.** Как только Незнайка узнал про признаки делимости на 3 и на 9, он сразу же вывел признак делимости на 27: «если сумма цифр некоторого числа делится на 27, то и само число делится на 27». Верен ли он? *Ответ.* Нет.

**Задача 6.** Хулиган Костя написал на заборе число 25!. Проходивший мимо хулиган Никита заменил часть цифр звездочкой. Получилось

$$15511210043*30985984*0000*.$$

Восстановите пропавшие цифры. *Ответ.* 0, 0, 3 (это три пункта).

**Задача 7.** Задумчивый Алекс написал на доске число 2010!. Каждую секунду упорный Петр заменяет число на доске на сумму его цифр. Какое число останется на доске в итоге? *Ответ.* 10.

**Задача 8.** а) И сказал Кащей Ивану Царевичу: «Задумал я *цифры*  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Утром явишься пред мои очи, и назовешь мне три числа  $a$ ,  $b$  и  $c$ . Выслушаю я тебя и скажу, чему равно  $ax + by + cz$ . Не отгадаешь после этого мои цифры — голову долой!» Запечалился Иван Царевич и пошел думу думать. Может ли он в живых остаться? *Ответ.* Да, спросив про  $100x + 10y + z$ .

б) Теперь Кащей задумывает произвольные *числа*  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , но разрешает Ивану Царевичу задать два вопроса. Сможет ли Иван Царевич остаться в живых? *Ответ.* Да (первым вопросом узнаем сумму, вторым —  $x \cdot 10^{2N} + y \cdot 10^N + z$ ).