

Кодирование

Задача 1. Сколько существует последовательностей из точек и тире длины 3? А длины 10? *Ответ.* $2^3 = 8$, $2^{10} = 1024$.

Задача 2. Петя хочет закодировать каждую вершину а) квадрата; б) куба последовательностью нулей и единиц. Сколько символов ему понадобится для кодирования одной вершины?

Задача 3. Вася загадал одну из вершин а) квадрата; б) куба. Сколько вопросов (допускающих ответ да–нет) необходимо задать Пете, чтобы определить эту вершину? *Указание.* Одного вопроса точно не хватит: ответ должен однозначно кодировать вершину, а возможных ответов всего 2.

Задача 4. У царя Дадона было 3 сына. У 100 из его потомков тоже было по 3 сына, а остальные умерли бездетными. Сколько всего потомков было у царя Дадона? *Ответ.* $101 \cdot 3 = 303$ (каждый — чей-то сын).



Задача 5. Среди 80 одинаковых по виду монет есть ровно одна фальшивая (более легкая). Докажите, что при помощи чашечных весов без гирь нельзя найти ее быстрее чем за 4 взвешивания.

Задача 6. Имеется 10 мешков, в одном из которых все монеты фальшивые — легче настоящих на 1 грамм. Сколько взвешиваний на весах со стрелкой (показывающих разность весов на чашах) нужно, чтобы найти мешок с фальшивыми монетами? *Ответ.* Одного взвешивания достаточно.

Дополнительные задачи

Задача 7. а) Сколько среди последовательностей из задачи 1 палиндромов? б) Милицейский жезл состоит из 10 полосок, каждая из которых выкрашена либо в черный, либо в белый цвет. Сколько существует различных милицейских жезлов? (Жезлы, отличающиеся только переворачиванием, считаются одинаковыми.) *Ответ.* а) 2^5 ; б) $\frac{2^{10}-2^5}{2} + 2^5 = 528$.

Задача 8*. Теперь одну из вершин куба загадал Петя. Сколько вопросов потребуется задать Васе, чтобы определить эту вершину, если Пете разрешается один раз солгать? *Указание.* Какую еще информацию, кроме положения загаданной вершины, получит Вася?

Задача 9*. На окружности отметили 20 точек и провели все соединяющие их хорды. Никакие три хорды не пересеклись в одной точке. Сколько получилось точек пересечения? (Концы хорд не учитываются.) *Ответ.* $\binom{20}{4} = \frac{20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17}{4 \cdot 3 \cdot 2} = 4845$.