План исследований

1. Проведенные исследования.

Важнейшим понятием топологии и её приложений в функциональном анализе является понятие компактности. В связи с задачами функционального анализа и задачами общей топологии необходимо исследовать такие компакты и "близкие" к компактным пространства которые можно реализовать как подпространства тех или иных функциональных пространств. Например, такими компактами являются компакты Эберлейна (т.е. компактные подмножества банаховых пространств в слабой топологии), компакты Корсона и компакты Гулько.

Настоящий проект можно логически разделить на две части: первая посвящена изучению пространств "близких" по тем или иным свойствам к компактным пространствам; вторая к изучению топологических свойств функциональных пространств, наделенных множественно-открытой топологией и исследованию в таких пространствах компактных или "близких" к компактным подмножеств.

Часть 1.

Хорошо известно, что любой компакт замкнут в любом объемлющем хаусдорфовом пространстве. Естественным обобщением этого свойства было определение П.С. Александровым и П.С. Урысоном [1] нового класса пространств — H-замкнутых пространств. Изучению различных свойств H-замкнутых пространств посвященно достаточно много работ как российских так и зарубежных математиков (например работы [7], [8], [9], [10], [15], [16], [18], [34], [30], [31] ,[33], [39], [41], [52], [53], [54], [70], [71], [84], [85] и др.). Осипов А.В. в своей кандидатской диссертации продолжает исследования различных видов замкнутостей в объемлющих пространствах, наделенных более сильными чем аксиома T_2 отделимости условиями отделимости ($S(n)$-отделимость). В своих работах [62], [63] и [64] получены ответы на открытые вопросы Д.Дикроняна и Е.Гиули [39].

Теорема 1.1. *Существует $S(n)$-пространство, которое является $S(n)$-замкнутым, но не $S(n)$-θ-замкнутым пространством, которое в полурегулярной топологии τ_s — $S(n)$-θ-замкнутое пространство.*

Теорема 1.1 решает проблему (Problem 2) Д.Дикраняна и Е.Гиули [39] о $S(n)$-θ-замкнутости пространства у которого полурегулярная топология является $S(n)$-θ-замкнутым пространством для любого $n > 1$.

Теорема 1.2. *Существуют два урысоновских U-θ-замкнутых пространства, таких, что их произведение не f-компактно.*

Теорема 1.2 решает проблему (Problem 5, Dikranjan и Giuli [39]) о f-компактности произведения двух U-θ-замкнутых пространств.

Любое компактное пространство X обладает свойством: любое уплотнение на хаусдорфовое пространство является гомеоморфизмом. Класс пространств обладающих этим свойством называется классом неуплотняемых пространств. Катетовым М. [52] был приведен замечательный критерий неуплотняемости: пространство неуплотняемое тогда и только тогда, когда оно H-замкнутое и полурегулярное. Изучение неуплотняемых пространств можно найти например в работах [7], [8], [47], [10], [18], [32], [42], [74], [78], [31] ,[33], [39], [81], [52], [53], [54], [69], [88], [84], [85] и др.

Используя технику, полученную Грызловым А.А. [8] для $n = 1$, Осипов А.В. в [17] получил критерий $S(n)$-неуплотняемости пространства через $S(n)$-сходимость.

Теорема 1.3. *Пусть X-$S(n)$-пространство, тогда следующие утверждения эквивалентны:*

1. X — $S(n)$-неуплотняемое пространство;

2. Любое бесконечное множество $A \subseteq X$ $S(n)$-сходится к множеству своих точек $\theta(n)$-накопления B, и если существует точка $x \in B$ такая, что A не $S(n)$-сходится к $B \setminus \{x\}$, то x есть точка полного накопления A.

Отметим, что любое непрерывное отображение компактного пространства является замкнутым. Пространство обладающее этим свойством называется функционально компактным (функционально замкнутым). Пространство у которого любое непрерывное отображение с компактными прообразами точек замкнуто называется компактно функционально-компактным (CFC-пространство). Изучение функционально-компактных, конечно-функционально компактных, компактно функционально компактных можно встретить в работах [8], [38], [73], [51], [74] и др.

Осиповым А.В. [19] в начале 2009 года была решена проблема 1984 года о произведении компактно функционально-компактных пространств, поставленная Дакманом Р.Ф. и Портером Д.Р. [38]: *будет ли произведение CFC-пространств являться CFC-пространством?*

Теорема 1.4. *Для того, чтобы тихоновское произведение $X = \prod\limits_{\alpha \in A} X_\alpha$ было $C_\tau FC$-пространством, необходимо и достаточно, чтобы каждое X_α было $C_\tau FC$-пространством.*

Проблема, поставленная Дакманом Р.Ф. и Портером Д.Р., была включена в список актуальных проблем по топологии Topology Proceedings [72].

Отмечу, что обсуждение актуальности этой проблемы и предоставление некоторых полезных материалов происходило в личной переписке с Д.Р. Портером — за что ему огромное спасибо!

Часть 2.

На множестве $C(X)$ всех вещественнозначных функций на X можно рассмотреть три классические топологии: топологию равномерной сходимости, топологию поточечной сходимости и компактно-открытую топологию.

Топология равномерной сходимости задается базой в каждой точке $f \in C(X)$. Эта база состоит из всех множеств $\Big\{g \in C(X) : sup\{|g(x) - f(x)| < \varepsilon : x \in X\}\Big\}$. Естественным

обобщением этой топологии является топология равномерной сходимости на элементах семейства λ (λ-топология), где λ — фиксированное семейство непустых подмножеств X. Базу λ-топологии в точке $f \in C(X)$ образуют все множества вида:
$\{g \in C(X) : \; \exists a < \varepsilon \forall x \in F |f(x) - g(x)| \leqslant a\}$, где $F \in \lambda$, $\varepsilon > 0$.

Если в качестве семейства λ взять все конечные подмножества X, то получившаяся топология называется топологией поточечной сходимости; если все компактные подмножества X — топологией равномерной сходимости на компактах, или компактно-открытой. Компактно-открытую топологию впервые определил Р.Фокс [75] , как топологию, предбазу которой образуют все множества вида $\{f \in C(X) : \; f(F) \subset U\}$, где F — компактное подмножество X, а U открытое подмножество числовой прямой.

Обобщением компактно-открытой топологии и топологии поточечной сходимости является множественно-открытая топология на семействе λ непустых подмножеств X (λ-открытая топология), введённая впервые Р.Аренсом и Ж.Дугунджи [25]. Предбазу λ-открытой топологии образуют все множества вида $\{f \in C(X) : \; f(F) \subset U\}$, где $F \in \lambda$, U открытое подмножество числовой прямой.

В результате при заданном семействе λ подмножеств X на $C(X)$ возникают две топологии: λ-топология $C_{\lambda,u}(X)$ и λ-открытая топология $C_\lambda(X)$. Заметим, что для топологии поточечной сходимости и для компактно-открытой топологии выполняется: $C_p(X) = C_{p,u}(X)$ и $C_c(X) = C_{c,u}(X)$. В общем случае λ-топология и λ-открытая топологии различны.

Когда λ состоит из компактных подмножеств X, взаимосвязи этих топологий исследовались Р.Маккоем и И.Нтанту [57].

Теорема 2.1. (Маккой, Нтанту). *Если λ состоит из компактных множеств, то $\mathrm{C}_{\lambda,u}(X) \geqslant \mathrm{C}_\lambda(X)$. Если дополнительно λ наследственно замкнуто (т.е. вместе с каждым своим элементом содержит все его замкнутые подмножества), то эти топологии совпадают.*

В работе Нохрина С.Э. и Осипова А.В. [14] был получен фундаментальный результат о совпадении множественно-открытой топологии и топологии равномерной сходимости в общем случаи.

Теорема 2.2. *Пусть λ состоит из $\mathbf{R}$-компактных множеств и вместе с каждым своим элементом содержит все содержащиеся в нём $\mathbf{R}$-компактные подмножества. Тогда $C_{\lambda,u}(X) = C_\lambda(X)$.*

Теорема 2.3. *Пусть $C_\lambda(X) = C_{\lambda,u}(X)$. Тогда семейство λ состоит из $\mathbf{R}$-компактных множеств и для любого элемента $A \in \lambda$ и любого его $\mathbf{R}$-компактного подмножества B множества $\langle B, U\rangle$ и $\langle f, B, \varepsilon\rangle$ открыты в этих топологиях при всех U открытых в R, $f \in C(X)$ и $\varepsilon > 0$ (то есть можно полагать, что в семейство λ входят все $\mathbf{R}$-компактные подмножества его элементов).*

Теоремы 2.2 и 2.3, показывают, что $\mathbf{R}$-компактность является существенным свойством при рассмотрении вопросов о совпадении множественно-открытой топологии и топологии равномерной сходимости на семействе λ. Заметим, что любое компактное подмножество является $\mathbf{R}$-компактным, поэтому изучение $\mathbf{R}$-компактных подмножеств вызывает особый интерес.

Осиповы А.В.в [21] и [20] были изучены различные свойства $\mathbf{R}$-компактных подмножеств и доказан следующий критерий $\mathbf{R}$-компактности.

Теорема 2.4. *Множество A является R-компактным подмножеством X тогда и только тогда, когда из любого счетного функционально-открытого покрытия множества A можно выделить конечное подпокрытие.*

В рамках классической C_p-теории были хорошо изучены условия двойственности между топологическими свойствами пространства X и пространства $C_p(X)$. Особого внимания заслуживает задача о поиске общих топологических свойств между пространствами X и Y при условии, что $C_p(X)$ топологически, линейно или равномерно эквивалентно $C_p(Y)$. Методы применяемые в изучении $C_p(X)$ активно применяются Осиповым А.В. для изучения топологических свойств $C_\lambda(X)$ в работе [20].

2. Проект будущих исследований.

Основной задачей проекта является задача установления соответствий между свойствами топологического пространства X и свойствами пространства $C_\lambda(X)$. Причем $C_\lambda(X)$ может рассматриваться в зависимости от семейства λ не только как топологическое пространство, но и как топологическое кольцо, топологическая группа или как топологическое векторное пространство.

Основные задачи.
2010 год:

1. Выделить свойства пространства X, которые характеризуются только топологическими свойствами $C_\lambda(X)$.

Рассмотреть основные кардинальнозначные характеристики топологических пространств X и $C_\lambda(X)$, и найти между ними взаимоотношения (двойственность).

Прежде всего это относиться к таким кардинальнозначным характеристикам как характер, вес, сетевой вес, иньективный вес, плотность, число Суслина, число Линделефа.

Выяснить когда $C_\lambda(X)$ является σ-счетно-компактным и σ-псевдокомпактным?

2. Выделить свойства семейства λ и свойства X при которых $C_\lambda(X)$ обладает линейно-топологическими свойствами.

Выяснить при каких семействах λ пространство $C_\lambda(X)$ является топологической группой или топологическим векторным пространством.

3. Выяснить какие более слабые топологии пространства X сохраняют тот же набор всех $\mathbf{R}$-компактных (псевдокомпакных, счетно компактных, секвенциально компактных, ограниченных, функционально-компактных) подмножеств пространства X.

Термин k-лидер впервые встречается в работе А.В. Архангельского [21] , где впервые проведено систематическое изучение k-лидеров.

Если компактные подмножества в определении k-пространства заменить на $\mathbf{R}$-компактные (ограниченные), то какими свойствами будут обладать соответстующие λ-лидеры ?

4. Можно ли обобщить теорему Асанова М.О. о числе Линделефа пространства $C_p(X)$ на пространство $C_\lambda(X)$?

2011 год:

1. Пусть $C_\lambda(X)$ и $C_\lambda(Y)$ одинаковы в том или ином смысле как топологические пространства, как линейные топологические пространства или как алгебраические кольца. Выяснить какие свойства пространств X и Y тогда будут общими?

2. Пусть дан класс P топологических пространств. Охарактеризовать внутренним образом класс $H(P)$ всех пространств Y, для которых существует $X \in P$ такое, что Y гомеоморфно некоторому подпространству пространства $C_\lambda(X)$.

3. Выяснить при каких условиях на пространство X существует погружение (гомеоморфное вложение) X в компактно функционально-компактное пространство Y.

4. При каких семействах λ пространство $C_\lambda(X)$ является регулярным? тихоновским? нормальным?

5. Планируется изучение поведения нормальности при отображении сужения пространств функций.

2012 год:

1. Изучить различные свойства семейств λ при которых существуют уплотнения пространства $C_\lambda(X)$ на пространства $C_p(X)$ и $C_{\mathrm{c}}(X)$.

2. Исследовать погружение пространства X в $C_{\lambda_1}(C_{\lambda_2}(X))$ при различных семействах λ_1 и λ_2.

3. Исследовать топологические свойства пространств $C_{\lambda,n}(X)$.

4. Исследовать компактные, выпуклые, относительно-компактные подмножества $C_\lambda(X)$.

5. Можно ли обобщить теорему Архангельского-Пыткеева о тесноте пространства $C_p(X)$ на пространство $C_\lambda(X)$ для некоторого семейства λ состоящего из подмножеств "близких" к компактным подмножествам.

6. Выяснить при каких семействах λ секвенциальная компактность $C_\lambda(X)$ совпадает со свойством Фреше-Урысона.

В июле 2009 года на международной конференции по топологии и ее приложении, проходящей в г.Брно, О.Г.Окуневым и А.Г.Лейдерманом были предложены автору проекта ряд интересных вопросов :

1. Когда пространство $C_\lambda(X)$ является μ-пространством ?

2. Является ли свойство быть b_f-пространством t-инвариантом ?

3. Как можно модифицировать топологию на X так чтобы $X \subset C_c(C_{\mathrm{p}}(X))$? или в общем $X \subset C_\lambda(C_p(X))$?

4. При каких семействах λ из того что $t(C_\lambda(X)) \leqslant \omega_0$ следует, что $t(C_p(X)) \leqslant \omega_0$?

Благодарю авторов этих вопросов за уделенное внимание, и считаю нахождение ответов на эти вопросы частью своего проекта.

3.Преподавательский опыт.

С 2004 года Осипов А.В. работает доцентом кафедры математического анализа и теории функций Уральского государственного университета им.Горького, читает лекции и проводит семинарские занятия по математическому анализу, функциональному анализу, общей топологии и топологическим векторным пространствам.

Осипов А.В. является соавтором семинаров организованных Н.В.Величко по C_p-теории и теории размерности.

С 2005 года работает доцентом на кафедре информационных систем в экономике Уральского государственного экономического университета, читает лекции и проводит семинарские занятия по общей топологии и функциональному анализу.

С 2006 года организатор ежегодного специального семинара (для сотрудников отдела алгебры и топологии ИММ УрО РАН и магистров УрГУ) по множественно-открытой топологии.

Под руководством Осипова А.В. ведется написание магистерских диссертаций.

Литература

[1] Александров П.С., Урысон П.С. — Мемуар о компактных топологических пространствах. — М.:Наука, 1971.

[2] Альперин М. И. , Нохрин С. Э. — Топологии на пространствах непрерывных функций и вложения. — Труды ИММ УрО РАН, 1995, т.3, с.65 — 73.

[3] Архангельский А.В. — Пространства отображений и кольца непреывных функций. — Итоги науки и техники, фундаментальные направления, т.51, с.81 — 172.

[4] Архангельский А.В. — Бикомпактные подмножества и топология пространств — Труды Моск.мат. об-ва. 1965.Т.13.стр.9-55.

[5] Архангельский А.В. — Топологические пространства функций — М.: Изд-во МГУ, 1989.- 222 с.

[6] Асанов М. О. — Пространство непрерывных отображений. — диссертация на соискание ученой степени к.ф-м.н., Свердловск, 1980г.

[7] Величко Н.В. — Н-замкнутые топологические простраства. — Матем.сб. 1966,Т.70, с.98-112.

[8] Грызлов А.А. — Н-замкнутые пространства и свойсива типа компактности. — Дис. ... канд.физ.-мат.наук.Свердловск, 1973.

[9] Илиадис С., Фомин С. — Метод центрированных систем. — Успехи мат. наук, т. XXI, вып.4, с. 47-76.

[10] Киртадзе Г. — О различных видах полноты топологических пространств. — Матем.сб. 1960, Т.50, с.67-90.

[11] Нохрин С.Э. — σ-компактность и λ-топология — тезисы докладов конференции "Проблемы теоретической и прикладной математики"N28, Екатеринбург, 1997, с.13.

[12] Нохрин С. Э. — Локальная компактность функциональных пространств в множественно-открытой топологии. — Труды ИММ УрО РАН, 1996, т.2 с.124 — 126.

[13] Нохрин С. Э. — Пространство непрерывных функций в множественно-открытых топологиях – диссертация на соискание ученой степени к.ф-м.н., Екатеринбург, 1997г.

[14] Нохрин С. Э., Осипов А. В. — К вопросу о совпадении множественно-открытой и равномерной топологий – Труды ИММ УрО РАН, Том 15, №2, стр. 177-184.

[15] Осипов А.В. — Теория $S(n)$-пространств. — Екатеринбург: Молодежная конференция "Проблемы теоретической и прикладной математики 1998, с.9-11.

[16] Осипов А.В. — К теории $S(n)$-замкнутых пространств. — Екатеринбург: Молодежная конференция "Проблемы теоретической и прикладной математики 1999, с.9-10.

[17] Осипов А.В. — Различные виды замкнутостей в $S(n)$-пространствах — Дис. ... канд.физ.-мат.наук.Екатеринбург, 2004.

[18] Осипов А.В. –$\mathcal{P}$-замкнутые и $\mathcal{P}$-неуплотняемые пространства – Математический и прикладной анализ: Сборник научных трудов.Изд.ТюМГУ,2005,стр.120-143.

[19] Осипов А.В. — О произведении компактно функционально-компактных пространств — Математические заметки, Послана в печать, 2009.

[20] Осипов А.В. — **R**-компактно-открытая топология — Труды ИММ УрО РАН, Принята в печать в 2009.

[21] Осипов А.В., Нохрин С.Э. — **R**-компактные множества и их свойства — Труды 40-ой Региональной молодежной конференции Проблемы теоретической и прикладной математики, 2009, стр.54-59.

[22] Энгелькинг Р. — Общая топология. -М.:Мир,1986.

[23] Alas O., Kocinac L. — More cardinal inequalities on Urysohn spaces. — Math.Balkanica, new series Vol.14, 2000, Fasc.3-4, 247-252.

[24] Alexandroff P.S. – Bikompakte Erweiterungen topologischer Raume, Mat. Sb. N.S., 47 (1939), 403-423.

[25] Arens R., Dugundji J.— Topologies for functions spaces// Pac.J.Math., 1951, V.1, C. 5 — 31.

[26] Arens R. — A topology of spaces of transformations. — Annals of Math., 1946, v.47, p.480 — 495.

[27] Arzela G . — Funzioni di linee. — Atti della Reale Accademia dei Lincei, Rendiconti v.5, 1989, p.342 — 348.

[28] Ascoli G . — Le curve limite di una varieta data di curve. — Mem. Accad. Lincei, 1883, v.(3)18, p.521 — 586.

[29] Arhangelskii A. — A generic theorem in the theory of cardinal invariants of topological spaces. — Comment.Math.Univ.Carolinae, 36, 1995, 303-325.

[30] Banaschewski B. – Uber zwei Extremaleigenschaften topologischen Raume,Math. Nachr. 13 (1955), 141-150.

[31] Banaschewski B. – Uber Hausdorffsche-minimale Erweiterungen von Raumen – Arch.Math. 12 (1961), 355-356.

[32] Berri M.P., Sorgenfrey R.H. – Minimal regular spaces – Proc. Amer.Math.Soc., 14 (1963), 454-458.

[33] Berri M.P., Porter J.R. and Stephenson R.M. — A survey of minimal topological spaces,in :General Topology and its Relations to Modern Analysis and Algebra, Proc.Kanpur Top.Conf. (Academic Press,New York,1970) 93-114.

[34] Buchwalter H. — Parties barnees dun espace topologique completment regulier // Sem.Choquet, 9e annee, no.14, 15pp., 1970.

[35] Beckenstein E., Narici L. and Suffel C., Topological algebras, Notas de Matematica (60), North Holland Publishing Company, Amsterdam, 1977.

[36] Cartan H. – Filtres et ultrafiltres – C.R. Acad. Sci.Paris 205 (1937), 777-779.

[37] Chevalley C., Frink O.jr. — Bicompactness of Cartesian products. — Bull.Amer.Math.Soc.47, 1941,p.612-614.

[38] Dickman R.F.,Jr.,Porter J.R. — Between minimal Hausdorff and compact Hausdorff spaces — Topology Proceedings, Volume 9, 1984, p.243-268.

[39] Dikranjan D. and Giuli E. — $S(n)$-θ-closed spaces. — Topology and its applications 28, 1988, 59-74.

[40] Eclund A. D. — The fine topology and other topologies on $C(X, Y)$. — Dissertation, Virginia Politehnic Institute and State University, Blacksburg, Virginia, 1978.

[41] Hamlett T. — H-closed spaces and the associated θ-convergence space. — Math.Chronicle 8, 1979.

[42] Hayes H.E. – On a class of absolutely closed and minimal topological spaces, M.A.Thesis, the University of Kansas, 1967.

[43] Harris D. – Regular-closed spaces and proximities, Pac.J.Math.,34 (1970),674-686.

[44] Hadamard J. — Sur certaines applications possibles de la theorie des ensembles. — Verhandle. Eastern Intern Math.Kongress, B.G.Teubner, Leipzig, 1898.

[45] Herrlich H. – Nicht alle T_2-minimale Raume sind von 2 Kategorie,ibid.,91(1966),185.

[46] Herrlich H. — T_θ-Abgeschlossenheit und T_θ-Minimalitat — Math.Z.88, 1965, 285-294.

[47] Ikenaga S. – Product of minimal topological spaces, Proc.Japan Acad. 40 (1964), 329-331.

[48] Isbell J. R. — Uniform spaces. — Math Surveys no. 12 Amer. Math. Soc., Providence, R.I., 1964.

[49] Jankovic D. — On some separation axioms and θ-closure. — Mat.Vesnik 4(17), 1980, 439-449.

[50] Jackson J. R. — Spaces of mappings on topological products with appliances to homotopy theory. — Proc. Amer. Math. Soc., 1952, v.3, p. 327 — 333.

[51] Jiang S.,Reilly I.,Wang S. — Some properties of $S(n) - \theta -$closed spaces — Topology and its applications 96, 1999, 23-29.

[52] Katetov M. – Uber H-abgeschlossene und bikompakt Raume – Casopis pest. mat. 69 (1940), 36-49.

[53] Katetov M. – On H-closed extensions of topological spaces – ibid.,72(1947), 17-32.

[54] Katetov M. – A note on semiregular and nearly regular spaces ibid.,72 (1947), 97-99.

[55] Krikorian N . — A note concerning the fine topology on function spaces. — Composito Math., 1969, v.21, p.343 — 348.

[56] Kundu S., Raha A.B. — The bounded-open topology and its relatives //

[57] McCoy R.A., Ntantu I. Topologies properties of spaces of continuous functions// Lect. Notes Math., Berlin: Springer-Verlag, 1988, 1315.

[58] McCoy R. A. — The topology on function spaces. — Intern.J.Math. and Math., Sci, 1986, v.9, p.417 — 424.

[59] Morita K. — Note of mapping spaces. — Proc. Japon Acad., 1956, v.32, p.671 — 675.

[60] Naimpally S. A. — Graph topology for function spaces. — Trans. Amer. Math. Soc., 1966, v.123, p.267 — 272.

[61] Obreanu F. – Spatii Separate Minimale – An. Acad.Repub.,Pop.Romine,Sect.Sti.Mat.Fiz.Chem.Ser.A 3 (1950), 325-449.

[62] Osipov A.V. — An example of the nonfeebly compact product of U-θ-closed spaces — Proceeding of the Steklov Institute of Mathematics, suppl. 2., 2001, pp. s186-s188.

[63] Osipov A.V. — Different kinds of closedness in $S(n)$-spaces — Proceeding of the Steklov Institute of Mathematics, suppl. 1., 2003, pp. s155-s160.

[64] Osipov A.V. — Weakly H-closed spaces — Proceeding of the Steklov Institute of Mathematics, suppl. 1., 2004, pp. s15-s17.

[65] Pettey D. — Products of regular-closed spaces — Topology Appl.14, 1982, 189-199.

[66] Poppe H. — Über Graphen topologien für Abbildungsraüme I. — Bull. Acad. Pol. Sci., Ser. Sci. Math. Astron. Phys., 1966, v.15, p.71 — 80.

[67] Poppe H. — Über Graphen topologien für Abbildungsraüme I. — Bull. Acad. Pol. Sci., Ser. Sci. Math. Nackr., 1967, v.38, p.89 — 96.

[68] Porter J and Votaw C. — $S(\alpha)$-spaces and regular Hausdorff extensions. — Pacific J.Math.45, 1973, 327-345.

[69] Porter J.R. – A stydy of minimal Hausdorff spaces – Ph.D.dissertation, New Mexico State University, 1966.

[70] Porter J.R. – On noncompact, H-closed spaces and semiregular spaces, Tech.Rept.,Univ. of Okla. Preprint No. 41, 1966.

[71] Porter J.R., Woods R.G. – Extensions and absolutes of hausdorff spaces – Книга – 1988, Springer-Verlag New York.

[72] Problems from Topology Proceedings — edited by Elliott Pearl. vi, 2000, 216 p.

[73] Friedler L.M., Porter J.R. — Compactly functionally compact spaces — Houston Journal of mathematics, Volume 22,№.4,1996,p.775-785.

[74] Friedler L., Girou M., Pettey D., Porter J. – A survey of R-, U-, and CH-closed spaces, Topology Proceedings Vol 17, 1992.

[75] Fox R.H. — On topologis for function spaces// Bull. Amer. Math. Soc.,1945,51,C.429-432.

[76] Fomin S. – Extensions of topological spaces – Ann. of Math. 44 (1943), 471-480.

[77] Frechet M . — Sur quelques points du calcul functionnel. — Rend. del.Circ.Mat.di Palermo, 1906 p. 1 — 74.

[78] Scarborough C.T. — Minimal Urysohn spaces — Pacific J. Math.27, 1968, 611-617.

[79] Stone M.H. — Application of Boolean Algebras to Topology — Trans.Amer.Math.Soc.41, 3(1937), 375-481.

[80] Stramaccia — $S(n)$-spaces and H-sets — Comment.Math.Univ.Caroline 29, 2, 1988, 221-226.

[81] Scarborough C.T. – Minimal topologies on Hausdorff spaces,Ph.D.Dissertation, Tulane Universety, 1964.

[82] Scarborough C.T.,Stone A.H. – Products of nearly compact spaces,Trans.Amer.Math.Soc.124(1966),131-147.

[83] Stephenson R.M.jr – Spaces for which the Stone-Weierstrass theorem holds. Trans. Amer. Math. Soc. 133 (1968), 537-546.

[84] Stephenson R.M.jr, – P-minimal and P-closed spaces,Ph.D.dissertation, Tulane University, 1967.

[85] Tychonoff A. – Uber die topoloqische Erweiterung von Raumen – Math. Ann., 102 (1930), 544-561.

[86] Wang S., Jiang S. – Countably $S(2)$-θ-closed spaces – Far East J. Math. Sci. (FJMS) Spec.Vol.,Pt.II,133-138(2000).

[87] Weinberg N. – Sur les espaces topologiques regulirement fermer,Dokl.Akad.Naukk SSSR,31(1941),523-524.

[88] Viglino G. – The application of co-topology to minimal topological spaces,Ph.D.dissertation,Washington University,1966.