

# ГРУППЫ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ АФФИННЫХ МНОГООБРАЗИЙ

КАРИНЭ КУЮМЖИЯН

1

Данный проект посвящён действиям групп алгебраических преобразований на аффинных многообразиях. В первую очередь изучаются действия алгебраического тора  $\mathbb{T}$ , получаемые как ограничения действия полупростой группы  $G$  в некотором простом  $G$ -модуле  $V$ , где  $\mathbb{T}$  является максимальным тором в  $G$ . Каждое замыкание орбиты действия  $\mathbb{T}$  на  $V$  содержит плотную  $\mathbb{T}$ -орбиту. В том случае, если для точки  $v$  замыкание её орбиты нормально, то это замыкание является торическим многообразием, а для аффинных торических многообразий имеется полная классификация и хорошо развитая теория. Поэтому будем исследовать следующий вопрос: для каких  $G$  и  $V$  все замыкания орбит максимального тора являются нормальными? Данный вопрос полностью изучен для классических групп. Для полноты картины хотелось бы получить ответ для исключительных систем корней.

Далее перейдём к более общим группам преобразований. Пусть  $X$  – аффинное алгебраическое многообразие над полем  $\mathbb{k}$ . Рассмотрим группу всех алгебраических автоморфизмов многообразия  $X$ . Пусть  $m$  – натуральное число. Нашей целью будет найти как можно больше таких многообразий  $X$ , для которых действие группы всех алгебраических автоморфизмов, ограниченное на множество регулярных точек многообразия  $X$ , будет  $m$ -транзитивным.

Уже известно несколько классов многообразий, обладающих данным свойством, как над алгебраически замкнутыми полями, так и над полем вещественных чисел. Например, этим свойством обладают аффинные торические многообразия и нормальные конусы над многообразиями флагов. Также, если имеется многообразие с бесконечно транзитивным действием группы всех специальных автоморфизмов, то изучена операция надстройки, сохраняющая это свойство.

В рамках данного проекта планируется дальнейшее исследование свойства бесконечной транзитивности и связанного с ним свойства гибкости для различных классов аффинных алгебраических многообразий. В первую очередь эти свойства будут исследованы для аффинных вложений однородных пространств полупростых алгебраических групп. В настоящее время гибкость известна для гладких аффинных вложений и для вложений группы  $SL(2)$ . Частным случаем аффинных вложений являются аффинные алгебраические моноиды, и мы будем исследовать свойство бесконечной транзитивности для них. Как указано выше, взятие надстройки над аффинным многообразием сохраняет свойства гибкости и бесконечной транзитивности. Мы планируем найти другие алгебро-геометрические конструкции, которые тоже сохраняют эти два свойства.

1