

Краткое изложение заявки (Summary)

Неравенства Гамильтона-Якоби в задачах управления дискретно-непрерывными системами

Сорокин С. П.

Дискретно-непрерывные динамические системы (ДНС) различной природы (составные, многоэтапные, импульсные) в последние годы стали объектом пристального внимания специалистов по динамике систем и оптимальному управлению. Объясняется это богатыми приложениями в механике, экономике, экологии и в других областях науки, которые потребовали применения сложных, гибридных моделей, к которым относятся и ДНС.

Необходимые условия оптимальности гибридных систем к настоящему времени развиты на уровне принципа максимума понтрягинского типа, а достаточные — на уровне подхода В.Ф. Кротова и (в гораздо меньшей степени) Р. Беллмана. Между тем в теории классических задач оптимального управления в последние годы достаточно успешно развивается новый подход — так называемая каноническая теория оптимальности (по терминологии А.А. Милютин) — которая является существенным обобщением подхода В.Ф. Кротова и имеет своей отправной идеей использование произвольного множества функций типа Ляпунова (L -функций), являющихся решениями неравенств Гамильтона-Якоби. Дальнейшему развитию этой теории и посвящено наше исследование.

Оно должно включить в себя в качестве этапов и подзадач следующие разделы: сравнение канонической теории с родственными подходами кротовского типа; условия слабой и сильной инвариантности ДНС и связанные с ними внутренние и внешние оценки множества достижимости ДНС; необходимые и достаточные условия локальной и глобальной оптимальности, а также некоторые приложения.

На данный момент в рамках этого исследования получены следующие результаты:

- Исследована связь достаточных условий оптимальности канонической теории с родственными подходами типа Каратеодори и Кротова на уровне классических задач оптимального управления. Доказано, что предлагаемые достаточные условия являются более тонкими (слабыми) и срабатывают в каждом случае, когда выполнены известные условия оптимальности (обратное неверно — имеются контрпримеры).
- Получены оценки и точные описания множеств достижимости (и управляемости), интегральных воронок и множеств точек, соединимых траекториями, для стандартных динамических систем. Новизна этих результатов заключается в оперировании множествами негладких L -функций, дополнительно зависящих от начальных (или конечных) позиций траекторий. Представляется, что такие функции расширенного числа аргументов более приспособлены для описания множеств соединимых точек управляемых систем; это подтверждают примеры, в которых не существует традиционных L -функций, зависящих только от времени и состояний и достаточно точно описывающих исследуемые геометрические объекты.
- Получены и апробированы на примерах необходимые и достаточные условия оптимальности для задач оптимального управления с общими концевыми ограничениями на траектории управляемых систем, основывающиеся на предыдущих результатах по оценкам множеств достижимости.
- Получены внешние оценки множеств достижимости ДНС и достаточные условия локальной и глобальной оптимальности в задачах оптимизации гибридных систем, использующие традиционные L -функции. Получены достаточные условия оптимальности в форме гибридного принципа максимума Понтрягина. С их помощью исследовано несколько примеров, в том числе, прикладных.

Дальнейшее исследование планируется посвятить получению оценок и точного описания множества соединимых точек гибридной системы и условиям оптимальности в задачах управления ДНС, детализации этих результатов на частные классы гибридных систем.

Особое внимание будет уделено относительно новому направлению канонической теории оптимальности — внутренним оценкам множеств достижимости и необходимым условиям оптимальности, в перспективе позволяющим получать процедуры улучшения управления.