

Топологические свойства римановых пространств со специальными ограничениями на кривизну

Я. В. Базайкин

Краткое изложение заявки

Важную роль в современной дифференциальной геометрии занимает изучение многообразий Эйнштейна, в частности, Риччи-плоских многообразий. Один из способов решить уравнение Эйнштейна геометрическими методами — искать метрики со специальными группами голономии, которые влекут обращение в нуль кривизны Риччи, например $Spin(7)$, G_2 или $SU(n)$.

В предыдущих работах автором были разработаны методы построения римановых метрик с группами голономии $Spin(7)$ и G_2 на некомпактных многообразиях, связанных с 3-сасакиевыми 7-мерными многообразиями. В том числе, в явном виде было найдено семейство метрик с группой голономии $SU(4)$, соединяющее две известные ранее метрики Калаби. При этом метрики искались как разрешение особой точки конуса над пространством Алоффа-Уоллаха. В рамках проекта предлагается исследовать возможность построения метрик с группой голономии $Spin(7)$, возникающих при других топологических типах разрешения конусной особенности: коллапсе трехмерных слоев разных расслоений пространства Алоффа-Уоллаха над $\mathbb{C}P^2$. Кроме того, предполагается исследовать схожую конструкцию для конуса над $S^3 \times S^3$, чтобы получить новые метрики с группой голономии G_2 .

Другое направление предлагаемых исследований связано с изучением топологии римановых многообразий положительной кривизны Риччи. Примеров таких многообразий известно не очень много, и стоит вопрос о том, насколько сложным может быть топология такого пространства. Предлагается конструкция построения Риччи-положительных римановых метрик на момент-угол многообразиях, при помощи операции раздутия особых подмногообразий в квазиторических орбифолдах. Ожидается, что хорошо развитая техника торической топологии поможет существенно расширить класс многообразий положительной кривизны Риччи, в частности построить Риччи-положительные метрики на неформальных многообразиях.