

Краткое изложение заявки

Представленный проект посвящен исследованию разрешимости краевых задач для квазиэллиптических систем в различных шкалах соболевских пространств.

Первые результаты о разрешимости краевых задач для неоднородных квазиэллиптических уравнений в неограниченных областях во всей шкале соболевских пространств W_p^l , $1 < p < \infty$, были получены в работах Г. В. Демиденко в 80-е годы. В этих работах впервые было установлено, что индекс задачи существенно зависит от степени суммируемости p , порядков дифференциальных операторов и размерности пространства n . В частности, было показано, что в ряде случаев безусловная разрешимость краевых задач в $W_p^l(R_+^n)$ имеет место при ограничениях на степень суммируемости вида $p > p^* > 1$, при этом их можно ослабить только за счет дополнительных требований на правые части уравнений и граничные данные типа условий ортогональности некоторым полиномам. Эти результаты явились новыми и в случае эллиптических уравнений. В последующие годы исследования в этом направлении были продолжены в работах учеников Г. В. Демиденко. Однако для широкого класса квазиэллиптических систем вопрос о необходимых и достаточных условиях разрешимости краевых задач в неограниченных областях остается открытым.

Следует отметить, что по направлению исследований, указанных в проекте, у автора проекта имеется определенный задел. Основные его научные работы (см. “Список публикаций” [1–11]) посвящены изучению квазиэллиптических систем и их приложениям для систем соболевского типа. В указанных работах в случае постоянных коэффициентов были исследованы квазиэллиптические системы в R^n и некоторые классы краевых задач в R_+^n . Были доказаны новые теоремы о разрешимости в соболевских пространствах W_p^l и весовых соболевских пространствах $W_{p,\sigma}^l$, получены L_p -оценки решений. Впервые были указаны условия разрешимости краевых задач во всей шкале пространств W_p^l , $1 < p < \infty$. Теоремы о безусловной разрешимости обобщают известные результаты по краевым задачам для квазиэллиптических уравнений. Теоремы о достаточных условиях разрешимости усиливают соответствующие результаты по краевым задачам для квазиэллиптических уравнений. Были указаны классы краевых задач, для которых полученные условия разрешимости являются необходимыми.

В рамках представленного проекта планируется исследовать следующие задачи.

1. Рассмотреть широкий класс квазиэллиптических систем с переменными коэффициентами в R^n . Исследовать разрешимость в соболевских пространствах W_p^l и в соболевских пространствах $W_{p,\sigma}^l$ со специальными степенными весами.

2. Изучить влияние младших членов на разрешимость квазиэллиптических систем в R^n . Указать условия на коэффициенты, при которых рассматриваемый квазиэллиптический оператор будет нетеров.

3. Рассмотреть краевые задачи для широкого класса квазиэллиптических систем с переменными коэффициентами в R_+^n . Исследовать разрешимость в W_p^l и $W_{p,\sigma}^l$. Получить условия разрешимости на правую часть систем и граничные данные, изучить необходимость возникающих требований. Выделить классы безусловно разрешимых краевых задач и исследовать влияние весового параметра σ на индекс задач.