*Заявка на участие в конкурсе фонда "Династия"*

# Уравнения соболевского типа с запаздыванием и полугруппы операторов

**В.Е.Федоров (Челябинский государственный университет)**

## Краткое изложение заявки (Summary)

При моделировании различных процессов нередко возникают уравнения в частных производных, не разрешенные относительно производной по времени. Такие уравнения часто называют уравнениями соболевского типа. Краевые задачи для них могут быть редуцированы к задаче Коши для дифференциального уравнения первого порядка в банаховом пространстве с вырожденным оператором при производной. В отличие от классической теории, единицы разрешающих полугрупп уравнений соболевского типа имеют нетривиальные ядра. В работах автора заявки исследованы несколько классов вырожденных полугрупп операторов в банаховых и в локально выпуклых пространствах. Эти полугруппы вырождаются не только на ядре оператора при производной в уравнении, но и на его относительно присоединенных векторах. Основными результатами упомянутых работ являются теоремы, устанавливающие условия на операторы в уравнении соболевского типа, необходимые и достаточные для существования его разрешающей полугруппы того или иного класса "гладкости". В частности были получены обобщения на случай уравнений соболевского типа теорем Хилле – Иосиды и Соломяка – Иосиды.

Результаты теории вырожденных полугрупп использованы при исследовании управляемости линейных уравнений соболевского типа, задач оптимального управления и обратных задач для них. Абстрактные результаты использованы при рассмотрении вырожденных уравнений и систем уравнений в частных производных.

В некоторых системах, описываемых уравнениями соболевского типа, возникает эффект последействия. Таким образом возникают уравнения с запаздыванием. Уравнения соболевского типа с запаздыванием ранее, по-видимому, не исследовались. Предлагается два пути исследования начальных задач для таких уравнений. Один из них – это редукция задачи к системе двух задач на взаимно дополнительных подпространствах – ядре и образе единицы полугруппы, разрешающей соответствующее однородное уравнение. При этом для упрощения одного из уравнений системы будут использованы дополнительные условия на ядро или образ оператора запаздывания. Второй, более сложный путь исследования – построение вырожденной полугруппы уравнения в пространстве непрерывных на отрезке функций со значениями во всем пространстве по аналогии с тем, как это сделано для невырожденных уравненинй с запаздыванием.

Кроме того, помимо уравнений соболевского типа с запаздыванием аналогичным образом предполагается рассмотреть уравнения с памятью, когда состояние системы в каждый момент зависит от всех предшествующих значений функции состояния. Такие уравнения также встречаются при математическом моделировании, например, вязкоупругих жидкостей при низких температурах.

Полученные абстрактные результаты планируется использовать при исследовании начально-краевых задач для неразрешенных относительно производной по времени уравнений и систем уравнений в частных производных с запаздыванием и с памятью.