

# Счетные линейные порядки и их алгоритмическая сложность

Фролов А.Н.

## КРАТКОЕ ИЗЛОЖЕНИЕ ЗАЯВКИ

Представленные в заявке исследования находятся на стыке таких фундаментальных направлений как алгебра и теория вычислимости. Подобные междисциплинарные исследования в последние десятилетия становятся все более популярными. Особое место в них занимают исследования алгоритмических свойств алгебраических структур, которые проводятся различными коллективами как отечественных, так и зарубежных математиков (С. С. Гончаров, Н. Г. Хисамиев, Дж. Найт, Р. Доуни, Б. Хусаинов и др.). Не смотря на большое количество научных работ в данном направлении исследований, целый ряд фундаментальных вопросов остаются открытыми. Данный проект направлен на изучение алгоритмических свойств счетных линейных порядков, в нем планируется получить существенное продвижение в решении ряда открытых проблем.

Проблема описание достаточного условия существования алгоритмически вычислимого представления линейного порядка является одной из фундаментальных проблем в данной области исследований. В 1998 году Р. Доуни сформулировал один естественный подход решения этой проблемы — исследовать порядковые типы «почти вычисляемых» линейных порядков, имеющих вычисляемые представления.

Недавно, руководителем проекта Фроловым доказано, что каждый «почти вычисляемый»  $k$ -квазидискретный линейный порядок имеет вычисляемое представление. Линейный порядок называется  $k$ -квазидискретным, если каждый конечный сегмент мощности больше  $k$  может быть расширен до сегмента, упорядоченного по типу натуральных чисел  $\omega$  или по типу целых отрицательных чисел  $\omega^*$ . Данный результат является лучшим в направлении решения проблемы, поставленной Р. Доуни.

В представленном проекте предполагается продолжить исследования и, в частности, доказать, что для каждого «почти вычислимого» рассеянного линейного порядка существует вычисляемое представление. Линейный порядок называется рассеянным (в англ. лит. scattered), если он не содержит плотного подпорядка.

Проблема описания алгоритмической сложности отношения соседства является еще одной фундаментальной проблемой в области вычисляемых линейных порядков, на существенное продвижение в решении которой также будет направлен данный проект.

В работе Р. Доуни и М. Мозеса и в обзорной статье Р. Доуни были сформулирован ряд вопросов, направленных на описание алгоритмической сложности отношения соседства вычислимого линейного порядка. Недавно, рассмотрев два взаимоисчерпывающих случая, в работе руководителя проекта Фролова и в работе Г. Ву, Р. Доуни и С. Лемппа было получены ответы на все перечисленные вопросы.

В представленном проекте также предполагается продолжить исследования в области описания алгоритмической сложности отношений на вычисляемых линейных порядках.