

## Краткое изложение заявки А. Гаврюшкина

Общей проблематикой, в рамках которой будет походить данное исследование, является классификация различных объектов изучения теории моделей с точки зрения их вычислимости. На сегодняшний день в математике области использования понятий и методов классической теории моделей получают значительное расширение (в первую очередь за счёт computer science, математической биологии и теории управления), поэтому под «объектами изучения теории моделей» мы будем понимать как классические (алгебраическая система, теория, тип, изоморфизм, (элементарная) подмодель, (простая, насыщенная, однородная) модель, ультра-произведение, спектр и пр.), так и самые современные, становление которых ещё только происходит (параметры эренфойхтовости, квази-простая модель, онтология, предметная область, база знаний и пр.). Под «вычислимостью» будут пониматься различные уточнения этого понятия, от самых общих (по Тьюрингу, Клини, Чёрчу, (гипер-) арифметической и др.) до самых узких, пришедших из практических приложений (на конечных (магазинных) автоматах), и их обобщений (автоматах Бюхи, Рабина, древесных, словесных, и др.)

Пусть  $T$  — теория первого порядка. Когда  $T$  имеет вычислимую (в любом из упомянутых смыслов) модель? Какие модели теории  $T$  вычислимы? Какова алгоритмическая размерность (и сложность изоморфизма) этих моделей? Наше исследование будет проходить в рамках этих и связанных с ними вопросов. Было бы наивно ожидать полного и удовлетворительного ответа на подобные вопросы в их общей постановке. Поэтому необходимо накладывать разумные условия на класс рассматриваемых теорий. Классическими примерами такого типа условий являются счётность множества моделей теории  $T$ , разрешимость теории  $T$ , разрешимость типов, совместных с  $T$ , и др.

Проект нацелен на решение следующих вопросов. 1) *Будет ли разрешимой простая модель малой разрешимой теории?* 2) *Будут ли разрешимы (вычислимы, арифметичны) все модели наследственно разрешимой (арифметической) эренфойхтовой теории?* М. Морли показал, что в случае 3-ёх моделей это так. Для остальных случаев вопрос открыт. Известно [GE], что все модели гипер-арифметической эренфойхтовой теории гипер-арифметичны. 3) *Будут ли разрешимы все квази-однородные модели наследственно разрешимой эренфойхтовой теории?* С.С. Гончаров [Go2] и Т. Миллар [Mi2] показали, что однородные — будут. Понятие спектра автоматных моделей является полностью неизученным как в случае малых теории вообще, так и в случаях всех основных подклассов класса малых теорий. Неизвестно даже, будет ли оно тривиальным или нет в каком-то из случаев. Имеется только ещё неопубликованный результат сингапурских математиков Ф. Стефана и П. Семухина о том, что в общем случае малой теории это понятие нетривиально. Поэтому ещё одной проблемой, на которую нацелено данное исследование является следующая. 4) *Описать автоматные модели несчётно-категоричных и эренфойхтовых теорий.*