

## Автоматные линейные порядки и автоматные спектры

Гаврюшкина А. А.

В 1995 г. А. Нероудом и Б. Хусаиновым было предложено систематическое изучение класса автоматных структур, то есть структур, являющихся разрешимыми в более сильном смысле, задаваемых конечными автоматами. Исследования в этой области были продолжены такими известными математиками, как Е. Градел, Д. Куске, А. Нероуд, А. Нис, Б. Хусаинов и многими другими. Теория автоматных структур находит многочисленные применения в логике, алгебре, теории верификаций, теории баз данных и других разделах математики как прикладных, так и фундаментальных, к настоящему времени данное направление исследований является одним из основных в теории конструктивных моделей.

Под автоматной структурой мы подразумеваем модель в конечной предикатной сигнатуре, основное множество и все отношения которой задаются конечными автоматами (автоматы, распознающие отношения, работают синхронно на  $n$ -ках слов). Мотивом к изучению этого класса структур послужила теорема о существовании алгоритма, который равномерно по отношению, определяемому формулой (с параметрами) первого порядка в автоматной структуре, строит автомат, распознающий это отношение. Эта теорема также верна, если расширить язык логики первого порядка некоторыми кванторами, например, квантором  $\exists^\infty$ , обозначающим «существует бесконечно много». Следствием этой теоремы является разрешимость теории первого порядка автоматных структур, разрешимость теории первого порядка в расширенном языке, замкнутость класса автоматных структур относительно естественных операций, таких как объединение, декартово произведение, взятие фактора и других операций.

Первая часть проекта направлена на изучение естественного подкласса автоматных структур — автоматных линейных порядков. Существует ряд результатов об автоматных линейных порядках:  $FC$ -ранг автоматных линейных порядков конечен (С. Рубин, Ф. Стефан, Б. Хусаинов), сложность проблемы изоморфизма автоматных линейных порядков не является арифметической (Д. Куске, М. Лори, Дж. Лю). Однако характеристики автоматных линейных порядков до сих пор не найдено, многие вопросы, касающиеся алгоритмических свойств автоматных линейных порядков, также остаются открытыми. Планируется исследовать теоретико-модельные и алгоритмические свойства автоматных линейных порядков с двух сторон: оценить сложность проблем, формулируемых об автоматных линейных порядках, и выделить подклассы автоматных линейных порядков, для которых такие проблемы обладают низкой сложностью.

Вторая часть проекта заключается в описании автоматных спектров. Если дана некоторая полная теория, то автоматным спектром такой теории называется класс моделей этой теории, обладающих автоматным представлением. П. Семухин и Ф. Стефан показали, что существует малая теория (полная теория со счётным числом счётных моделей), обладающая как автоматной моделью, так и моделью, не допускающей автоматного представления. В рамках данного проекта планируется исследовать автоматные спектры некоторых важных подклассов малых теорий: эренфойхтовых теорий (полных теории с конечным, не равным 1, числом моделей) и  $\omega_1$ -категоричных теорий, не являющихся  $\omega$ -категоричными (со счётным числом счётных моделей и одной моделью мощности  $\omega_1$ ).