

Крыжевич С.Г.

Динамика сильно нелинейных систем

Краткое изложение заявки на конкурс фонда “Династия”

Рассматриваются движения сильно нелинейных систем на примере систем с условиями удара, исследуются бифуркации, характерные для таких систем, изучаются механизмы возникновения хаоса.

В основном, для моделирования удара используется простейшая, ньютоновская модель, однако, методы, используемые в работе, применимы и для исследования других моделей, например, модели Герца или «мягкой» модели удара, при которой ограничитель рассматривается, как линейная пружина большой жесткости.

В предлагаемых на отзыв статьях описываются бифуркация скольжения, характерная для виброударных систем (ВУС) и связанная с наличием периодического решения, имеющего в некоторый момент времени удар с малой нормальной по отношению к ограничителю компонентой скорости. Как продемонстрировано в указанных статьях, такая бифуркация может реализовывать несколько сценариев, в частности, исчезновение периодического решения по аналогии с бифуркацией седло-узел или рождение странного аттрактора. Приводятся различные достаточные условия существования хаотического инвариантного множества, даются оценки показателей Ляпунова. Изучается и другой тип бифуркации, характерный для ВУС — бифуркация стука. Если для некоторой ВУС существует периодическое решение, зависящее от параметра, причем количество его ударов за период увеличивается с изменением этого параметра, то, начиная с некоторого значения параметра будет наблюдаться хаос без окон периодичности. Иными словами, большое количество ударов периодического решения влечет хаос.

Приводятся новые численные методы, позволяющие строить инвариантные поверхности в окрестности особых точек независимо от значений показателей Ляпунова. Эти методы были реализованы в виде программ и продемонстрировали высокий уровень адекватности применительно к изучению различных систем (виброударные системы, системы с сухим трением, цепи с диодами и т.д.).

Планируется развитие предложенных результатов в следующих направлениях. Применяемые автором методы оценок показателей Ляпунова ВУС применимы для значительно более широкого класса задач. Планируется дать оценки для показателей коциклов, соответствующих дискретному оператору Шредингера.

Будет построена математическая модель общего вида системы с разрывной правой частью. Будет изучен принципиально новый тип бифуркаций. В отличие от классических бифуркаций при переходе параметра через критическое значение меняются не только свойства решений, но и структура фазового пространства.

Будет детально изучено поведение решений периодических систем дифференциальных уравнений в окрестности негиперболического периодического решения. Предполагается привести аналог теоремы Смейла-Биркгофа о наличии хаоса в окрестности гомоклинической точки для негиперболического случая, а также для нетрансверсальных гомоклинических точек. С использованием аппроксимации непрерывных функций кусочно-постоянными планируется дать оценки числа периодических решений уравнений Лъенара с полиномиальными коэффициентами (в частности, построить примеры систем с большим числом предельных циклов). Предполагается изучить структуру аттрактора Ван дер Поля.

Результаты, полученные в приложенных к заявке статьях, являются частью моей диссертации на соискание ученой степени доктора физико-математических наук. Диссертация в настоящее время находится на рассмотрении кафедры.