

Краткое изложение заявки Манановой Айгуль Рашитовны «Задачи оптимального управления системами, описываемыми уравнениями с частными производными эллиптического и параболического типа, с управлениями в коэффициентах в произвольных выпуклых областях».

Проведенные исследования

Ранее мной были исследованы разностные аппроксимации нелинейных задач оптимального управления процессами, описываемыми квазилинейными уравнениями эллиптического и параболического типа с обобщенными решениями из классов Соболева, с управлениями в переменных коэффициентах уравнений. Основным объектом изучения являлась разработка и обоснование методов сеточных аппроксимаций численного исследования поставленных задач оптимизации в прямоугольных областях. Представляемый цикл работ можно разделить на несколько подциклов. В первом из них исследовались нелинейные задачи оптимального управления для эллиптических уравнений. Мной была разработана новая оригинальная методика исследования подобных задач. Получены оценки точности разработанных конечномерных сеточных аппроксимаций по состоянию и функционалу, исследована сходимость по управлению, разработаны алгоритмы регуляризации аппроксимаций и эффективные алгоритмы численного решения сеточных задач оптимизации, основанные на градиентных методах минимизации функционалов, методе локальных вариаций (методе Хука-Дживса), комбинации метода штрафных функционалов и градиентных методов. Второй подцикл посвящён задачам оптимального управления, описываемым начально-краевой задачей для квазилинейного уравнения параболического типа. Исследована корректность постановки экстремальной задачи и предложена дифференциально-разностная аппроксимация. Кроме того, исследовались вопросы корректности аппроксимаций, сходимость аппроксимаций по состоянию, функционалу, управлению, на основе метода Тихонова проведена регуляризация аппроксимаций. В третьем подцикле изложен метод разностной аппроксимации и регуляризации задач нелинейного типа с распределенными параметрами для несамосопряженного эллиптического уравнения с граничными условиями Дирихле, с переменными коэффициентами, учитывающими анизотропность сред, в выпуклой области. Управления содержатся в коэффициенте нелинейного члена и правой части уравнения состояния.

Проект будущих исследований

Дальнейшее изучение задач оптимального управления в произвольных областях представляет существенный интерес. В данном проекте предполагается исследовать вопросы аппроксимации нелинейных задач оптимального управления процессами, описываемыми квазилинейными уравнениями эллиптического или параболического типа в произвольных выпуклых областях $\Omega \subset R^2$, с коэффициентами, зависящими от решения, с различными содержательными вариантами задания множеств допустимых управлений и критериев оптимальности. Здесь особый интерес представляют вопросы построения и исследования разностных аппроксимаций задач оптимального управления. Возникает проблема получения оценок точности разностных аппроксимаций по состоянию в случае наличия нелинейностей неограниченного роста (т.е. потребовать, чтобы условия на коэффициенты уравнений, зависящих от точного решения u , удовлетворяли определенным свойствам лишь в области значений точного решения, либо в ее малой окрестности). Указанные условия на коэффициенты сильно расширяют класс допустимых входных данных и управлений в задачах оптимального управления. В тоже время исследование сходимости и точности разностных аппроксимаций задач оптимального управления в этом случае (в случае неограниченной нелинейности) даже на гладких решениях значительно усложняется и представляет довольно сложную техническую проблему, так как задача для погрешности метода по состоянию является уже нелинейной. Кроме того, в этом случае необходимо показывать принадлежность сеточного решения области (либо ее малой окрестности) значений точного решения, что в свою очередь требует обязательного исследования скорости сходимости разностных схем для состояния в норме C , что даже в области с простой структурой далеко не является очевидным. Исследование же в произвольной выпуклой области существенно усложняет решение задачи.