

**ГЕОДЕЗИЧЕСКИ ОРБИТАЛЬНЫЕ ПРОСТРАНСТВА И
СПЕЦИАЛЬНЫЕ КИЛЛИНГОВЫ ПОЛЯ
(КРАТКОЕ ИЗЛОЖЕНИЕ ЗАЯВКИ)**

Ю.Г. НИКОНОРОВ

Риманово многообразие (M, g) называется пространством с однородными геодезическими (геодезически орбитальным пространством или, кратко, GO -пространством), если любая его геодезическая является орбитой однопараметрической группой изометрий (M, g) . Каждое такое многообразие однородно и может быть отождествлено с однородным пространством $M = G/H$ транзитивной группы изометрий G . Эта терминология введена О. Ковальским и Л. Ванhecke (*Kowalski O., Vanhecke L., Riemannian manifolds with homogeneous geodesics // Boll. Unione Mat. Ital. Ser. B. 5(1) (1991), 189-246*), которые инициировали систематическое изучение таких пространств. С механической точки зрения однородные геодезические соответствуют относительным равновесиям геодезического потока, рассматриваемого как гамильтонова система на кокасательном расслоении. Поэтому GO -пространства можно охарактеризовать как римановы многообразия, все интегральные кривые геодезического потока которых являются относительными равновесиями.

Изучению GO -пространств и построению новых примеров таковых посвящены работы многих математиков, таких как О. Ковальский, Л. Ванhecke, А. Каплан, К. Номидзу, А. Сельберг, К. Гордон, В. Циллер, Д.В. Алексеевский, Д.Н. Ахиезер, Э.Б. Винберг, А. Арванитойоргос, Х. Лорэ, Я. Сценте, Х. Тамару и др.

Важные подклассы класса геодезически орбитальных пространств образуют симметрические и слабо симметрические пространства, естественно редуцированные, нормальные однородные и δ -однородные римановы многообразия.

Предлагаемый проект имеет своей целью получение новых структурных и классификационных результатов в теории геодезически орбитальных пространств. Основные крупные проблемы, которым посвящен этот проект, следующие:

Проблема 1. *Получить удобные способы описания GO -пространств (в частности, δ -однородных римановых пространств), исследовать алгебраическую и геометрическую структуру таких пространств, установить их связи с другими классами однородных римановых многообразий. В частности, разрешить вопрос о существовании неразложимых компактных односвязных δ -однородных римановых пространств нулевой эйлеровой характеристики, отличных от нормальных однородных.*

Проблема 2. *Получить полную классификацию римановых (не обязательно односвязных) пространств с однородными геодезическими и δ -однородных римановых пространств при дополнительном предположении, что пространство имеет положительную эйлерову характеристику.*

Проблема 3. *Для геодезически орбитальных пространств установить взаимосвязи между существованием киллинговых полей специального вида и ограничениями на геометрическое строение и на характеристики кривизны. В частности, выяснить геометрические и топологические ограничения на GO -пространства, допускающие киллинговы поля постоянной длины.*

Все заявленные выше цели проекта в случае их достижения помогут глубже уяснить структуру пространств с однородными геодезическими, что будет существенным продвижением в исследовании классической геометрической задачи.